

# 粗密DPによる2次元ワープの高速化の検討

宮崎洋光<sup>†</sup> 内田誠一<sup>††</sup> 迫江博昭<sup>††</sup>

<sup>†</sup>九州大学工学部電気情報工学科

<sup>††</sup>九州大学大学院システム情報科学研究所

〒812-8581 福岡市東区箱崎6-10-1

E-mail: {hiromitsu, uchida, sakoe}@human.is.kyushu-u.ac.jp

あらまし 画像パターン認識において、パターンに生じた変形を補償するための有効な手法として、弾性マッチング(2次元ワープ)の利用が検討されている。一般的に、2次元ワープ問題は、DPを用いることにより最適解が求まる。しかし、実用化に向けての問題点の1つに、その計算量の多さが挙げられる。本報告では、DPに基づく2次元ワープの高速化手法として、粗密DP(Coarse-to-fine DP)の利用を提案する。粗密DPはヒューリスティックを利用して効率化をはかりながら、厳密な最適解を求めるための手法である。具体的には、大域的な最適解を与えられる最適経路上の個所を、段階的に細かく探索することで、厳密な最適解を得る手法である。この効率的な探索により計算量低減を実現できる。濃淡顔画像を用いた計算時間測定実験により、本手法の有効性を確認した。

キーワード 画像パターン認識, 粗密DP, 2次元ワープ

## Fast Two-Dimensional Warping Algorithm Based on Coarse-to-Fine DP

Hiromitsu MIYAZAKI<sup>†</sup>, Seiichi UCHIDA<sup>††</sup>, and Hiroaki SAKOE<sup>††</sup>

<sup>†</sup> School of Engineering, Kyushu University

<sup>††</sup> Faculty of Information Science and Electrical Engineering, Kyushu University

Hakozaki 6-10-1, Higashi-ku, Fukuoka-shi, 812-8581 Japan

E-mail: {hiromitsu, uchida, sakoe}@human.is.kyushu-u.ac.jp

**Abstract** In image pattern recognition, elastic matching, or two-dimensional warping, based on dynamic programming (DP) has been used as an effective technique. A problem of two-dimensional warping is its unduly amount of time. In this report, a fast technique based on coarse-to-fine DP (CFDP) with global optimal solution be guaranteed is proposed. In CFDP, a heuristic search strategy is employed to reduce computational complexity. The experiential results of computation time measurement indicated the usefulness of the proposed technique.

**Key words** image pattern recognition, coarse-to-fine DP, two-dimensional warping

## 1. まえがき

弾性マッチング法とは2つの画像パターンの最適な非線型整合を目的とした最適化問題として定式化される。2パターンの距離は、変形を補償した後の2画像間の距離とされる。よって、変形に対して頑強な識別系を実現できる。この弾性マッチング(2次元ワープ)による画像パターン認識において、有効な手法であるが、実用化に向けての問題点の1つに計算量の多さが挙げられる。この計算量低減のための一手法として、ビームサーチ法[1],[2]の利用が考えられる。ビームサーチ法とは、計算過程において枝刈りを行い、準最適解を求める手法である。しかし、最適解からの逸脱の程度によっては、認識率の低下をまねく場合がある。

本研究では、DPに基づく2次元ワープの高速化手法として、粗密DP( Coarse-to-fine DP)[3]の利用を検討する。粗密DPはヒューリスティックを利用して効率化をはかりながら、厳密な最適解を求めるための手法である。具体的には、最適解を与えらると思われる個所を、段階的に細かく探索することで、厳密な最適解を得る手法である。また、さらなる高速化を実現するために、低解像度画像の併用も検討する。

本報告では、弾性マッチング法として、比較的単純な方法であるダッチロールワープ[4]を用いる。なお、本手法の考え方自体は、DPに基づく他の弾性マッチング手法にも利用できる。

## 2. DPと粗密DPの説明

本節では、本手法の説明の準備として、DPおよび粗密DPの一般的な説明を述べる。

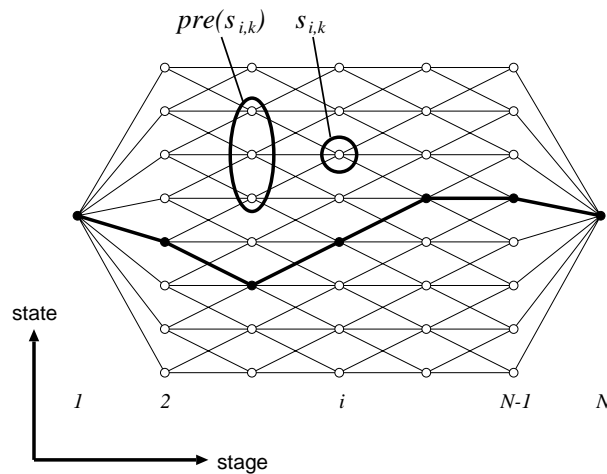


図1 各段の状態と最適経路

### 2.1 DPの原理

図1は、各段に $N$ 個の状態が格子状に並んだ、トレリスと呼ばれる有向グラフである。ここで、第 $i$ 段の第 $k$ 状態を $s_{i,k}(i=1,\dots,N,k=1,\dots,K)$ 、その状態の局所距離を $d(s_{i,k})$ と定義する。この第1段から第 $N$ 段までの最適経路問題を考える。すなわち、 $\sum_{i=1}^N d(s_{i,k})$ の $s_{i,k}$ に関する最適化問題を考える。

DPにより最適経路問題を解く場合、第1段から順次、各状態の最小累積コスト $g(s_{i,k})$ を求めていく。最小累積コストは、各状態の局所距離とその状態に先行可能な前段の状態集合 $pre(s_{i,k})$ の最小な最小累積コストとの和で与えられる。

$$g(s_{i,k}) = d(s_{i,k}) + \min_{s \in pre(s_{i,k})} g(s) \quad (1)$$

ただし、第1段については $g(s_{1,k}) = d(s_{1,k})$ とする。このとき、第 $N$ 段の最小累積コスト $g(s_{N,k})$ が最適解となり、最適解を与える経路が最適経路となる(図1)。以降、本報告では、粗密DPと区別するために、以上のDPアルゴリズムを単純DP(plain DP)と呼ぶ。

### 2.2 粗密DPの原理

粗密DPにより、図1の最適経路を求める場合、各段について、状態 $s_{i,k}$ を幾つかずつにまとめた、新たな一つの複合状態 $S_{i,l}(l=1..L)$ を考える。各段において、全ての状態はいずれかの複合状態に含まれ、重複することはない。すなわち、

$$\begin{cases} \cup_{l=1}^L S_{i,l} = \{s_{i,1}..s_{i,K}\} \\ S_{i,l} \cap S_{i,l'} = \phi \quad (\text{for } l \neq l') \end{cases} \quad (2)$$

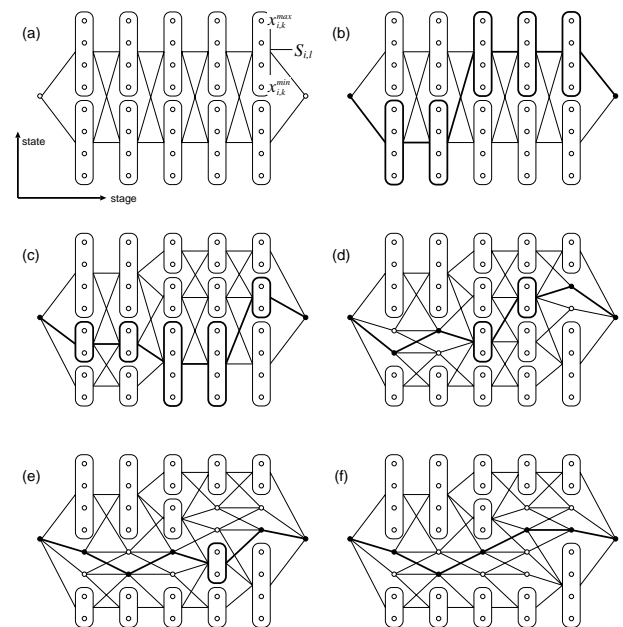


図2 粗密DP計算空間

さらに準備として、複合状態の局所距離には、そこに含まれる状態の局所距離  $d(s_{i,k})$  の下限値  $\tilde{d}(S_{i,l})$  を与えることとする。

$$\tilde{d}(S_{i,l}) \begin{cases} \leq \min_{s \in S_{i,l}} d(s) & (\text{otherwise}) \\ = d(s_{i,k}) & (|S_{i,l}| = 1) \end{cases} \quad (3)$$

このように、 $|S_{i,l}| = 1$  の場合は厳密な局所距離を与える。

この複合状態についてトレリスを構築し (図 2(a))、その上で DP を用い、最適経路を得たとする (図 2(b))。粗密 DP では、この最適経路上の複合状態を分割し、新たな複合状態を生成する。生成された複合状態には、新たに局所距離下限値  $\tilde{d}(S_{i,l})$  を与える。ただし、それ以上分割ができない複合状態 ( $|S_{i,l}| = 1$ ) については、分割を行わない。そして再び DP を用いる (図 2(c))。この DP と分割の反復の結果、最適経路上のすべての複合状態が分割不能であった場合、その経路は最適経路となり、最適解が求まる (証明は文献 [3])。

粗密 DP において、計算量低減のためには、(i) 適切な局所距離下限値、および (ii) その計算量、(iii) 反復回数の低減が検討の鍵となる。特に反復回数については、最良の場合と最悪の場合で、大幅な差が生じる。ここで、最良の場合とは、各反復で同じ複合状態だけが分割されることであり、最悪の場合は、1 回の反復で 1 複合状態だけが分割されることである。したがって、こうした最良の場合に持っていくような工夫が必要である。

### 3. 粗密 DP を用いたダッチロールワープ

#### 3.1 ダッチロールワープ

##### 3.1.1 定式化

ダッチロールワープとは、画像  $A$  の各列の両端点を制御点とし、それらの最適な写像先を画像  $B$  上に探索する弾性マッチング手法である。図 3 にダッチロールワープの様子を示す。サイズ  $N \times N$  の画像  $A = \{a_{i,j} \mid i, j = 1, \dots, N\}$  の第  $i$  行は、画像  $B = \{b_{x,y} \mid 1, j = 1, \dots, N\}$  の画素  $(x_{i,k}^L, 1)$  と  $(x_{i,k}^R, N)$  を両端とする線分に写像される。この際、同列上の画素  $(i, j) (j = 1, \dots, N)$  の対応先は線形

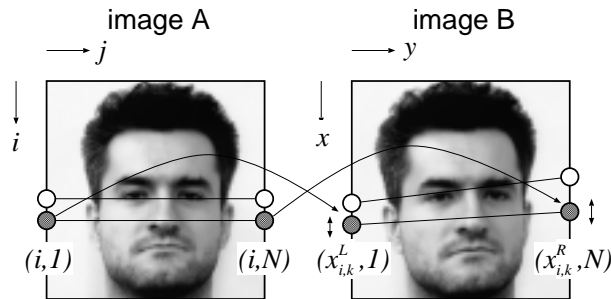


図 3 ダッチロールワープ

補間により定められるものとする。すなわち、

$$(i, j) \mapsto \left( (x_{i,k}^R - x_{i,k}^L)j/N + x_{i,k}^L, j \right) \quad (4)$$

このとき、ダッチロールワープ最適化問題は次式のように定義される。

$$\begin{aligned} \text{[目的関数]} & \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N |a_{i,j} - b_{(x_{i,k}^R - x_{i,k}^L)j/N + x_{i,k}^L, j}| \\ & \rightarrow \text{minimize} \quad (5) \end{aligned}$$

$$\text{[制御変数]} \{x_{i,k}^L, x_{i,k}^R \mid i = 1, \dots, N\} \quad (6)$$

$$\text{[制約条件]} \begin{cases} 0 \leq x_{i,k}^p - x_{i-1,k}^p \leq 2 \cdots \text{単調連続性} \\ i - w \leq x_{i,k}^p \leq i + w \cdots \text{範囲制限} \\ x_{1,k}^p = 1, \quad x_{N,k}^p = N \cdots \text{境界条件} \end{cases} \quad (7)$$

ここで、 $p$  は  $L$  または  $R$  を表し、 $w$  は正定数である。

このようにダッチロールワープは、2 画像間の画素対応を部分的な線形近似の下で、最適化する手法である。原理的に、水平方向の変形は吸収できないが、垂直方向の変形は、非線形なものであっても、かなりの程度まで吸収可能である。

##### 3.1.2 単純 DP アルゴリズム

図 4 は、最適ダッチロールワープ問題における、単純 DP での計算空間を示す。2.1 節でトレリスとして示した状態空間は 2 次元であったが、ダッチロールワープでは、各  $i$  段について、それぞれ独立した  $x_{i,k}^L, x_{i,k}^R$  で表さ

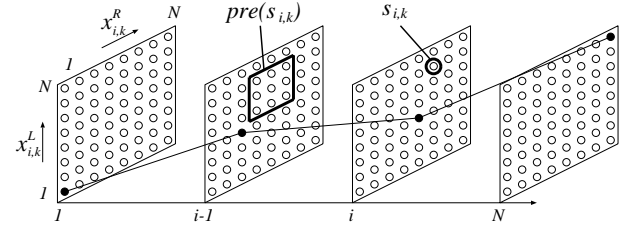


図 4 ダッチロールワープの単純 DP 計算空間

```

/* 初期化 */
1:  g(s1,k) := d(s1,k)
/* DP 漸化式 */
2:  for i := 2 to N do begin
3:    for k := 1 to N do begin
4:      g(si,k) := d(si,k) + mins ∈ pre(si,k) g(s)
5:    end
6:  end
/* 終了 */
7:  D(A, B) := g(sN,k)

```

図 5 ダッチロールワープの単純 DP アルゴリズム

れる状態  $s_{i,k} = (x_{i,k}^L, x_{i,k}^R)$  があるので3次元的な表現となる．その中で最適経路を求める．

単純DPにより，前述の最適化問題を解くアルゴリズムは図5のように記述される．ここで，

$$d(s_{i,k}) = \sum_{j=1}^N |a_{i,j} - b_{(x_{i,k}^R - x_{i,k}^L)j/N + x_{i,k}^L, j}| \quad (8)$$

は状態  $s_{i,k}$  の局所距離であり， $g(s_{i,k})$  は，第1列に始まり第  $i$  列が  $(x_{i,k}^L, 1), (x_{i,k}^R, N)$  間の線分に写像されるまでの最小累積コストを格納するワークエリアである． $D(A,B)$  は，この問題における最適解であり，ダッチロールワープにより変形を吸収した2画像間の距離である．また， $pre(s_{i,k})$  は制約条件(6)により規定される．Step5がいわゆるDP漸化式である．なお，バックトラック処理は省略した．

### 3.1.3 計算量

図4からわかるように，DP漸化式は  $N$ (段数) $\times N^2$ (各段の状態数) 回計算される．またDP漸化式一回あたりの計算量は，局所距離  $d(s_{i,k})$  の計算に  $O(N)$ ，最小値選択に  $|pre(s_{i,k})| = q = O(1)$  を要するので，まとめて  $O(N)$  である．以上より，アルゴリズム全体の計算量は  $O(N^4)$  となる．

## 3.2 粗密DPを用いたダッチロールワープの基本構成

### 3.2.1 概要

図6に粗密DPを用いた場合のダッチロールワープの

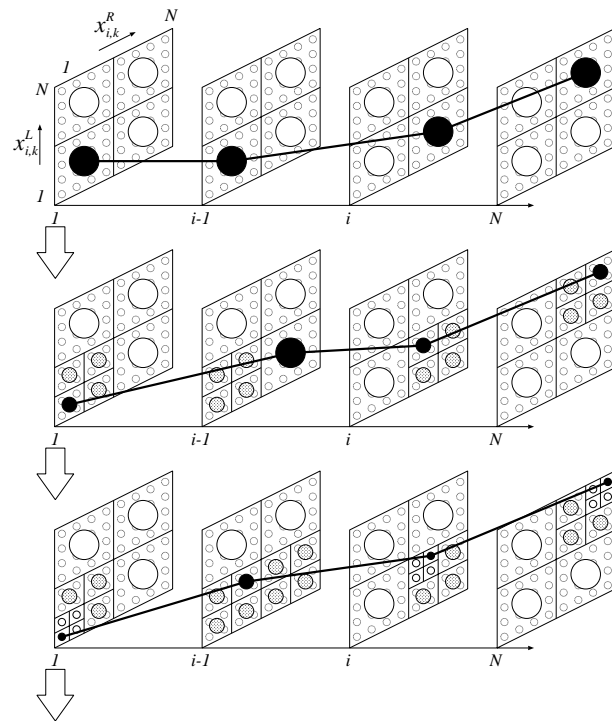


図6 粗密DPによるダッチロールワープの解法

計算空間を示す．ここで，小さい白丸は元々の状態  $s_{i,k}$  を表す．囲まれた面の中の大きな丸は，その面に含まれる状態をまとめた，複合状態  $S_{i,l} = \{s_{i,k} = (x_{i,k}^L, x_{i,k}^R) | x_{i,k}^L = x_{i,k}^{L,\min}, \dots, x_{i,k}^{L,\max}, x_{i,k}^R = x_{i,k}^{R,\min}, \dots, x_{i,k}^{R,\max}\}$  を表す．この計算空間内において，粗密DP内での単純DP計算と分割の反復を繰り返す．また，以下では  $N = 2^n$  ( $n$  は自然数) を仮定し，結果的に，粗密DP計算空間の複合状態は正方形領域をなす．複合状態の幅を  $Q = |S_{i,l}|$  と表す．

複合状態の分割は， $x_{i,k}^L$  方向に2分割， $x_{i,k}^R$  方向に2分割，計4分割し，新たな複合状態が4つ生成される．結果的に新たに生成された複合状態には，新たに局所距離下限値を与える．なお，いずれの方向にも分割できない場合，その複合状態は元々の状態まで分割されているので，分割を行わない．なお，各  $i$  段の初期状態は，4つの複合状態とする．

### 3.2.2 局所距離下限値計算

複合状態  $S_{i,l}$  の局所距離下限値  $\tilde{d}(S_{i,l})$  を求める方法には，様々なものが考えられる．

本手法では，複合状態の局所距離下限値を，線分に列という制約をはずし，単調連続性な曲線分に関する距離

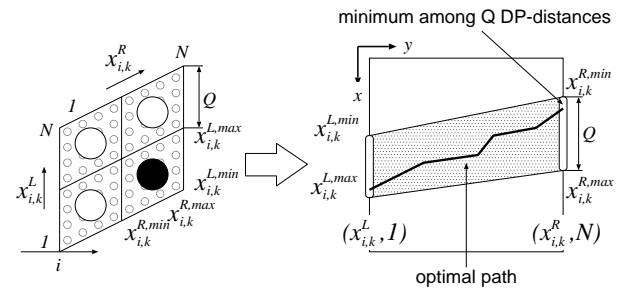


図7 本手法で用いた局所距離下限値

```

/* 初期化 */
1: for  $x := x_{i,k}^{L,\min}$  to  $x_{i,k}^{L,\max}$  do begin
2:    $f_{i,1}(x) := \delta_{i,1}(x)$ 
3: end
/* DP漸化式 */
4: for  $j := 2$  to  $N$  do begin
5:    $\min x := (x_{i,k}^{R,\min} - x_{i,k}^{L,\min})j/N + x_{i,k}^{L,\min}$ 
6:    $\max x := (x_{i,k}^{R,\max} - x_{i,k}^{L,\max})j/N + x_{i,k}^{L,\max}$ 
7:   for  $x := \min x$  to  $\max x$  do begin
8:      $f_{i,j}(x) := \delta_{i,j}(x) + \min_{x-1 \leq x' \leq x+1} f_{i,j}(x')$ 
9:   end
10: end
/* 終了 */
11:  $\tilde{d}(S_{i,l}) := \min_{x_{i,k}^{R,\min} \leq x \leq x_{i,k}^{R,\max}} f_{i,N}(x)$ 

```

図8 本手法で用いた局所距離下限値計算のアルゴリズム

の下限値とする (図 7) . 図 8 にそのアルゴリズムを示す .  
これは , (3) 式を満たすので , 解の最適性は保証される .  
計算量は ,  $N$  ( $y$  方向の画素数)  $\times Q$  (探索の幅)  $= O(NQ)$   
を要する .

### 3.2.3 計算量

反復一回あたりの下限値計算に要する計算量は ,  $4N$  (新  
たに生成された複合状態数)  $\times NQ$  (下限値計算)  $= 4N^2Q$   
となる . 第  $k$  回反復における DP 漸化式は ,  $4N$  (初期  
の複合状態数)  $+ 3Nt$  (第  $t$  回反復までに増えた複合状態  
数) となる . したがって , 最適経路が得られるまでの  
反復回数を  $T$  とすると , 反復終了時までの計算量は ,  
 $\sum_{t=0}^T ((4N + 3Nt) + 4N^2Q) = O(NT^2) + O(N^2QT)$   
となる .

### 3.3 単純 DP と粗密 DP の比較実験

ダッチロールワーブ最適化問題における , 粗密 DP の  
利用の性能を把握するために , 濃淡顔画像 [5] を対象とし  
た実験を行った . 計算時間は , 画像  $A$  を 10 パターン , 標

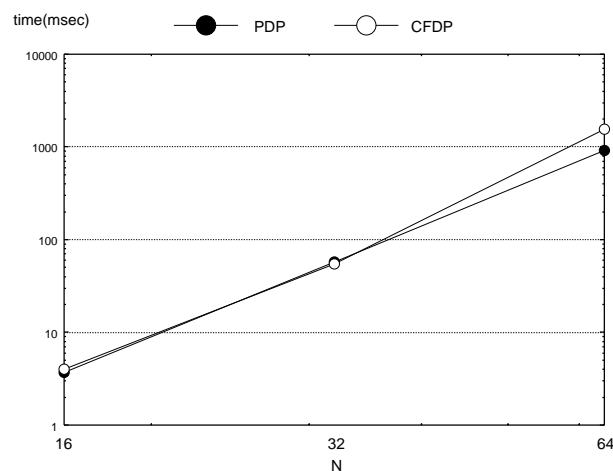


図 9 平均計算時間

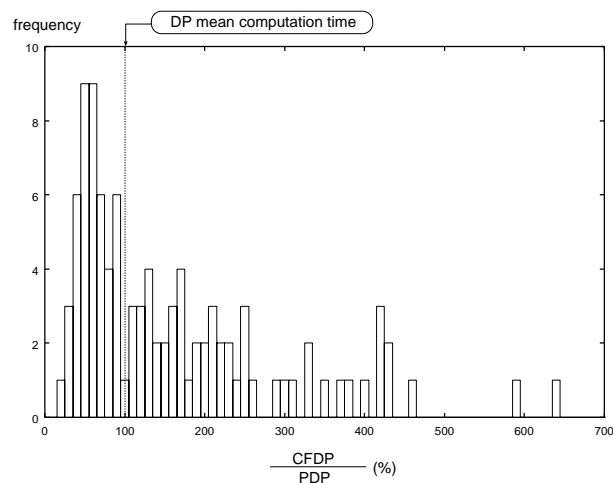


図 10 計算量低減率のヒストグラム (N=64)

準画像  $B$  を 10 パターンを用い , 100 通りのマッチング  
時間の平均を測定した . 画像サイズは ,  $16 \times 16$  ,  $32 \times 32$  ,  
 $64 \times 64$  , の 3 通りとした . 画像間のマッチング特徴には ,  
各画素の輝度値 ,  $x, y$  方向のエッジ強度の計 3 特徴を用  
いた . 実験には , Xeon<sup>TM</sup> プロセッサ 3.20GHz , メモリ  
2GB の PC を用いた . なお以降の実験でも , 同じ PC を  
用いた .

実験結果を図 9 に示す . また , 図 10 に , マッチング画  
像パターン別による単純 DP との計算量の比較をヒスト  
グラムに示す . 画像サイズは  $64 \times 64$  である . 実験結果  
図 9 より ,  $N = 32$  の場合に限り低減されているが , 全  
体をみると ,  $N$  が大きくなるに従い , 計算量が増加する  
傾向がみられる . この計算量増加の原因は , 計算終了ま  
での反復回数 ( $T$ ) が多いためである .

実験的に , 反復回数は ,  $T = O(N^2)$  となることがわかっ  
た . よって , 粗密 DP における計算量は ,  $O(N^5) + O(N^4Q)$   
となる . これは単純 DP における計算量  $O(N^4)$  を大幅に  
超えており , 優位性が得られなかったものと考えられる .

反復回数が多い原因は , 効率の悪い分割があるためと  
考えられる . 粗密 DP では , 各反復において分割される  
複合状態は , 最終的な最適経路を通る状態を含んでいる  
ことが望ましい . 最良の場合 (同じ複合状態だけが徐々に  
細分化されていく場合) , 反復回数は  $\log Q$  で済むので ,  
計算量は , 大幅に低減される . しかし実験を行った際の  
観察によると , 効率の悪い分割 (1 回の反復で分割され  
る複合状態が 1 つ , 最終的な最適経路を通らない複合状  
態の分割) が多いことがわかっており , その結果 , 反復  
回数は増えているものと思われる .

さらに追求して , このような効率の悪い分割が起こっ  
た原因を考えると , ワーブの単調連続性が考えられる .  
この制約により , 分割前には先行可能であった複合状態  
が , 分割後では先行不可能になってしまう問題が起こる .  
つまり , 最適経路であった複合状態同士の繋がりがなく  
なり , 集中した分割がなされなくなる . このため , 次に  
選ばれる最適経路が , 前回の最適経路と異なる場合が多  
く , したがって計算終了までの反復回数が増加する . し  
かしながら , 単調連続性はワーブに位相保存性を与える  
重要な制約であり , 排除すれば良いというものではない .

また , 他の原因として , 画像のあいまい性が考えられ  
る . このあいまい性が生じると , 各複合状態同士の局所  
距離下限値の差が小さくなる . 一方 , ある複合状態が分  
割されると , 分割により探索範囲が狭まるために , 局所  
距離下限値が , 分割前の複合状態よりも増加する . した  
がって , 次の反復で , 同じ部分の複合状態が最適経路に  
選ばれず , 違う部分が分割される可能性が高くなる . 結  
果 , 周辺の複合状態が平均的に分割されていき , 反復回

数が増えてしまう。

#### 4. 低解像度画像を併用した高速化

##### 4.1 概要

粗密DPでの解法は、計算終了時まで多くの反復を要する。この原因は、3.3節で前述したように、画像のあいまい性により、最終的な最適経路を通らない複合状態も分割してしまう点にある。本節では、低解像度画像を用いることで、この画像のあいまい性により生じる、複合状態の平均的な分割に要する計算時間を低減する手法を検討する。

これまでの初期状態は、各段の状態をそれぞれ4つの

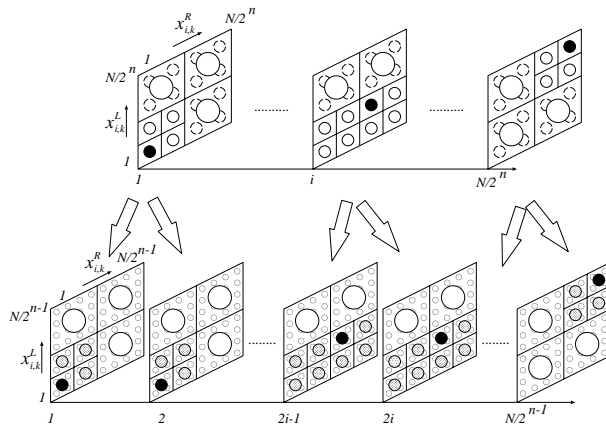


図 11 画像解像度に応じた複合状態の更新

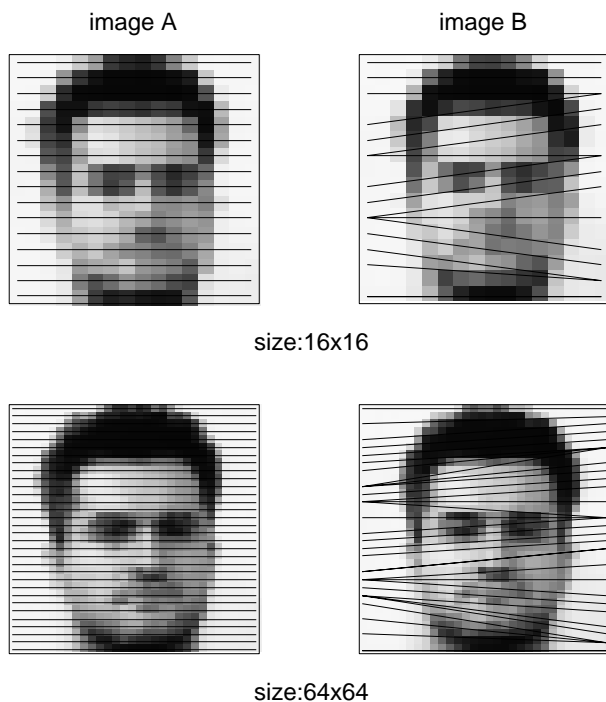


図 12 画像解像度に応じたダッチロールワープの最適経路

複合状態にまとめたものとした。本節で与える改良手法では、すでに複合状態が粗く分割されている段階を初期状態とする。この粗い分割を行うために、低解像度画像を利用する。

まず、マッチングの対象となる原画像の  $1/2^n$  圧縮画像について、粗密DPによる解法を行う。次に、計算終了時の粗密DP計算空間内の複合状態を、 $1/2^{n-1}$  圧縮画像による粗密DP計算空間に更新する。この際、第  $i$  段の更新先は、第  $2i$  段と第  $2i-1$  段とする(図 11)。更新後の複合状態の局所距離下限値については、再計算を行う。そして、それを初期状態として、 $1/2^{n-1}$  圧縮画像での粗密DPによる解法を行う。最終的に、原画像と同じ解像度での粗密DP計算空間において、最適化を行う。

この低解像度画像を併用することで、粗い分割を効率的に行い、計算量を低減させる効果も期待できると考えられる。具体的には、原画像と圧縮画像の互換性により、顔画像を含め多くの画像パターンでは、原画像同士のマッ

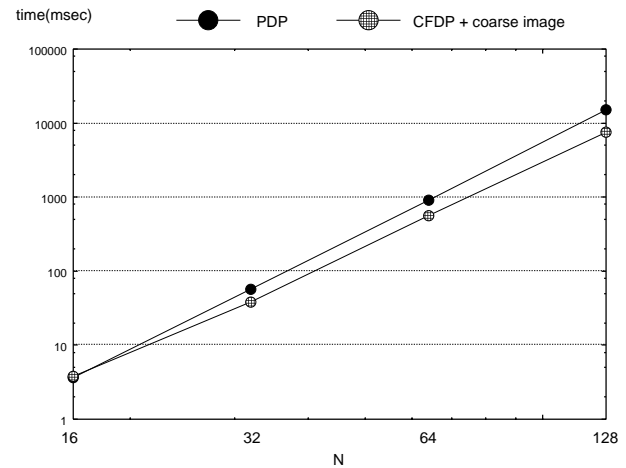


図 13 平均計算時間

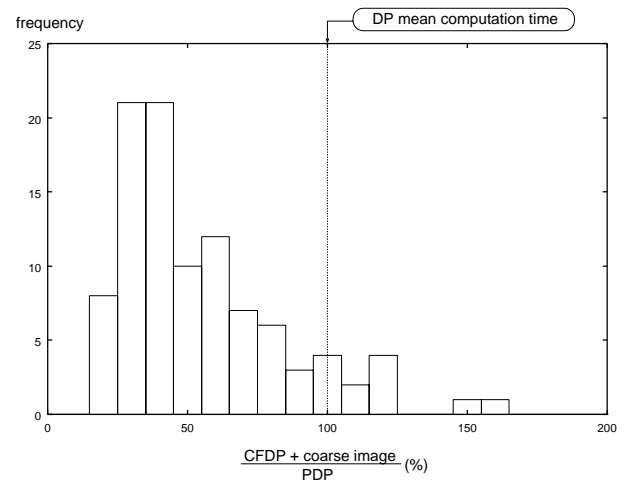


図 14 ヒストグラム (N=64)

チングによる最適経路と、圧縮画像での最適経路が、ほぼ重なり合うと考えられる。このため、圧縮画像を最適化した時の計算空間内の複合状態の様子が、原画像を粗密DPにより最適化する過程の、ある段階の計算空間の様子とほぼ重なり合い、その結果、通常の粗密DPでの、初期状態から途中の段階までの計算時間を低解像度画像の利用により低減できると考えられる。原画像と圧縮画像のダッチロールワープにおける最適経路を、図12に示す。

#### 4.2 低解像度画像の併用による効果

3.3節と同じ顔画像を用いて実験を行った。実験結果を図13に示す。また、図14に、マッチング画像パターン別による単純DPとの計算量低減率のヒストグラム、図15に反復回数を示す。

実験結果(図13)より単純DPでの計算量に比べ、大幅に低減されている。また、反復回数も改良前の粗密DPに比べ、低減されている(図15)。したがって、4.1節に前述したような、画像間の互換性による計算量の低減効果があったと考えられる。

図14より、改良前と比べ、画像による計算量の変動が小さくなっていることがわかる。特に、改良前では低減率200%を超えている場合が散見されるが、改良後にはなくなっている。

### 5. まとめ

2次元ワープ問題の高速化手法として、粗密DPの利用および改良手法について検討した。実験の結果、粗密DPのみを利用することでの計算量低減効果は確認することはできなかった。そこで、低解像度画像を併用したところ、結果的に単純DPに比べ、計算量低減効果を確認することができた。

将来的な課題としては、他のマッチング手法への適用を考えている。具体的には、より変形自由度が高く計算量の多い弾性マッチング手法への適用を検討する。こうした手法は、状態数も多くなるため、粗密DPによる探索の効率化が有効であり、計算量低減効果がえられるものと考えている。

### 謝 辞

本研究の一部は文部科学省科学研究費補助金(若手B No.14780293)、および総務省戦略的情報通信研究開発推進制度の支援を受けた。

### 文 献

- [1] 迫江博昭, 藤井浩美, 吉田和永, 巨理誠夫, “フレーム同期化, ビームサーチ, ベクトル量子化の統合によるDPマッチングの高速化”, 電気情報通信学会論文誌 D, Vol.J71-D, No.9, pp.1650-1659, Sep. 1988.
- [2] Seiichi Uchida and Hiroaki Sakoe, “An Efficient Two-Dimensional Warping Algorithm”, IEICE Trans. Inf. & Syst., Vol. E82-D, No. 3, pp.693-700, Mar. 1999.
- [3] Christopher Raphael, “Coarse-to-Fine Dynamic Programming”, IEEE Transactions On Pattern Analysis and Machine Intelligence, Vol.23, No.12, pp. 1379-1390, Dec. 2001.
- [4] 内田誠一, モハマッド・アサッド・ロニー, 石田敏之, 迫江博昭, “区分線形2次元ワープによる手書き文字の変形吸収の試み”, 信学技報 PRMU 99-228, pp.67-74, Feb. 2000.
- [5] <http://www.iam.unibe.ch/~fkiwww/staff/achermann.html>
- [6] A. V. エイホ, J. E. ホップクロフト, J. D. ウルマン, “データ構造とアルゴリズム”, 培風館, pp.32-81, Mar. 1987.
- [7] Hava Lester and Simon R. Arridge, “A survey of hierarchical non-linear medical image registration”, Pattern Recognition, Vol.32, pp.129-149, 1999.

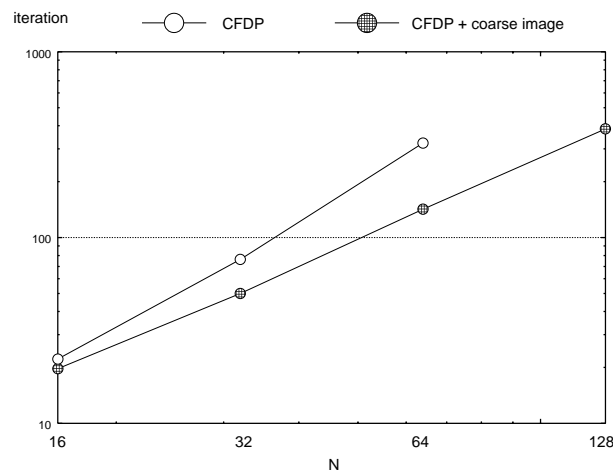


図15 濃淡顔画像：平均反復回数