区分線形型2次元ワープ法の検討

内田誠一　　迫江博昭

九州大学大学院システム情報科学研究科
〒812-8581 福岡市東区箱崎 6-10-1
TEL:092-642-3886　　E-mail: uchida@human.is.kyushu-u.ac.jp

あらまし　　2 次元-2 次元弾性マッチングを実現する 2 画像間の写像を 2 次元ワープと呼ぶ．筆者らはこれまでに単調連続性の条件下で純粋に非線形な 2 次元ワープを探索する動的計画アルゴリズムを検討してきたが，計算量が画像サイズの指数オーダーとなる問題があった．この改善を目指し，本報告では区分線形型 2 次元ワープ法を提案する．本手法では各行のワープの結果は折れ線となる．ワープの最適化はこの折れ線の屈曲点に対して行われる．最適ワープを求めるための計算量は単調連続 2 次元ワープの場合に比べ大幅に低減される．屈曲点の数が 1 や 2 の場合について区分線形型 2 次元ワープの結果を示し，本手法の有効性および問題点を検討する．また幾つかの拡張・特殊化モデルについても考察する．
キーワード　　2 次元ワープ　弾性マッチング　動的計画法

Piecewise Linear Two-Dimensional Warping

Seiichi UCHIDA and Hiroaki SAKOE

Graduate School of Information Science and Electrical Engineering, Kyushu University
6-10-1 Hakozaki, Higashi-ku, Fukuoka-shi, 812-8581 Japan
TEL:+81-92-642-3886　　E-mail: uchida@human.is.kyushu-u.ac.jp

Abstract　　A new efficient algorithm for two-dimensional warping is proposed. Each line in an image is warped to another image by controlling the mappings of several points (pivots) on the line and linearly interpolating between them. A dynamic programming based algorithm searches for the globally optimal position of each pivot. The computational complexity of the algorithm is far less than that for the conventional monotonic and continuous two-dimensional warping, reported by the authors. Through experimental results, the characteristics of present warping were investigated.
key words　　two-dimensional warping, elastic matching, dynamic programming, deformable template

1　まえがき

2 画像の最大一致を与える画素間のノンパラメトリックなマッピングを 2 次元ワープと呼ぶ．2 次元ワープは画像の弾性マッチング処理 [1]〜[3] と見なすことができる．また一方の画像を画素をプリミティブとするモデルと考えると，一種の構造解析処理にもなっている．

単調連続 2 次元ワープ法 [4], [5] は，2 次元の単調連続性条件のもとで最適なワープを動的計画法 (DP) に基づくアルゴリズムにより探索する方法であり，手書き文字認識 [6] やジェスチャー認識 [7] への応用が検討されている．一方，計算量の理論的限界が画像一辺の長さ Nに対して指数オーダーと判明して，実用面が危惧される．この問題に対し，これまでにビームサーチのような汎用な高速化手法を検討してきたが [5], [8], [9]，対象を定め，その対象に適用可能な制約条件下での高速化を模索するのも有力なアプローチと考えられる．

このような考えに基づき，本報告では区分線形型ワープ法を提案する．本手法では各行のワープの結果は折れ線となる．その屈曲点をピボットと呼び，ワープの最適化処理は，このピボットに対して行う．ピボット単位で単調連続とし，ピボット間の線分部分の評価値を含めての最適化を行う．2 画像間に最適な区分線形型 2 次元ワープを求めるための時間計算量は，ピボットの個数に関して指数オーダーとなるが，画像サイズ Nに関しては多項式オーダーとなる．よって，対象画像の性質に依存した適当な近似によりピボットの個数を少なくできれば，単調連続 2 次元ワープでは現実的に不可能であった最適ワープの探索が可能になる．本報告では (中間) ピボット数が 1，2 の場合についての実験結果を示し，本手法の有効性および問題点を検討する．また幾つかの拡張・特殊化モデルについても考察する．

2　区分線形型 2 次元ワープ

2 画像 $\boldsymbol{A} = \{a(i,j) \mid i,j = 1,2,\ldots,N\}$ と $\boldsymbol{B} = \{b(x,y) \mid x,y = 1,2,\ldots,N\}$ との間の 2 次元的なワープの問題を考える．ピクセルを単位として，ワープ関数 $x = x(i,j),\ y = y(i,j)$ を単調連続性の制約のもとで最適化するという一般的な問題 (図 1(a)) は画像サイズ Nに関して指数オーダーのハードな問題となる [4], [5]．このため適当な近似アルゴリズムが必要となるが，各行のワープを折れ線と制限して最適化する

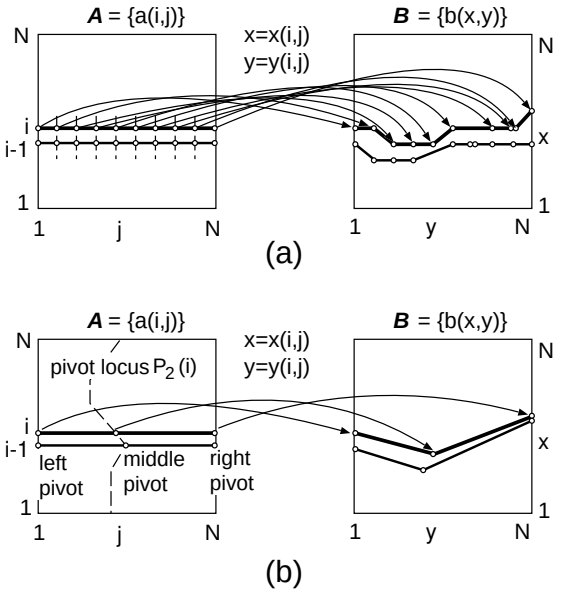


図 1: 単調連続 2 次元ワープ (a) と区分線形型 2 次元ワープ (b)

という近似 (図 1(b)) は，汎用性もそこそこにあり，一つの妥当なアプローチと考えられる．以下では説明が簡単で，しかも拡張の議論の出発点となりうる例として，行中の屈曲点 (中間ピボット) が 1 個の場合を説明する．

2.1　ピボット

画像$\boldsymbol{A}$の行ベクトル

$$\boldsymbol{a}(i) = [a(i,1), a(i,2), \ldots, a(i,j), \ldots, a(i,N)] \quad (1)$$

を考える．この上に，屈曲点 (i, j_2) を仮定する．この点と両端 $(i, j_1) = (i,1),\ (i, j_3) = (i,N)$ をあわせてピボットと総称する．区別する必要があるときは，行の左端 (i, j_1) を左ピボット，右端 (i, j_3) を右ピボット，行の中間にある屈曲点 (i, j_2) を中間ピボットと呼ぶ．画像$\boldsymbol{A}$には中間ピボットの軌跡

$$j_2 = P_2(i) \quad (2)$$

が与えられている．これは$\boldsymbol{B}$上でのピボットの動きの制御に用いられる．本報告ではピボット軌跡に対して次の条件を仮定している．

$$-1 \leq \Delta P_2(i) \leq 1 \quad (3)$$

ここで

$$\Delta P_2(i) = P_2(i) - P_2(i-1). \tag{4}$$

中間ピボットで行ベクトル$\boldsymbol{a}(i)$ を折り曲げたパターンを画像$\boldsymbol{B}$に重ね合わせる．折り曲げは 2 次元的で，行ベクトルの撓みだけではなく，軸方向への圧縮伸張をともなう．ピボットの間の線形な部分は内挿によってワープして重ね合わせる (図 2)． この時の重ね合わせ距離をすべての行について加算したものが目的関数であり，それを最小化するワープ関数を最適ワープとする．$\boldsymbol{a}(i)$ 上の 3 個のピボットの$\boldsymbol{B}$上でのイメージを $(x_1, 1) = (x(i, j_1), y(i, j_1))$, $(x_2, y_2) = (x(i, j_2), y(i, j_2))$, $(x_3, N) = (x(i, j_3), y(i, j_3))$ と表せば，各行 i の重ね合わせ距離は次式で与えられる．

$$\begin{aligned} & d(x_1, (x_2, y_2), x_3 \mid i) \\ &= \sum_{j=1}^{j_2} |a(i,j) - b(x(i,j), y(i,j))| \\ &\quad + \sum_{j=j_2+1}^{N} |a(i,j) - b(x(i,j), y(i,j))| \end{aligned} \tag{5}$$

ここに，右辺第 1 項は図 2の中間ピボットより左の部分の評価値，第 2 項は右の部分の評価値である．

ピボット以外の画素 (i, j) のイメージ $(x(i, j), y(i, j))$ は一般に非整数座標となるので，そこのピクセル値を何らかの方法により与える必要がある．本報告では単純に最も近い (整数座標) 画素を対応させる．すなわち，(5) 式の右辺第 1 項の計算では

$$\begin{aligned} x(i,j) &= \left\lfloor \frac{(x_2 - x_1)(j - j_1)}{j_2 - j_1} + \frac{1}{2} \right\rfloor + x_1 \\ y(i,j) &= \left\lfloor \frac{(y_2 - y_1)(j - j_1)}{j_2 - j_1} + \frac{1}{2} \right\rfloor + y_1 \end{aligned}$$

とする．ここで $\lfloor z \rfloor$ は zを越えない最大の整数を表す．右辺第 2 項についても同様に定義する．

2.2 制約条件

各ピボットのワープに対する制約条件は次の通りである．

左右のピボットの$\boldsymbol{B}$上での y座標は，それぞれ 1 と Nである．すなわち，

$$\left.\begin{aligned} y(i, j_1) &= y(i, 1) = 1 \\ y(i, j_3) &= y(i, N) = N \end{aligned}\right\} \tag{6}$$

言い換えると，両端ピボットは x 方向にのみワープされる．それらの画像$\boldsymbol{B}$上での動きおよび x 軸上での位置は，次の近似的単調連続条件と整合窓条件を満たす．

$$\left.\begin{aligned} 0 \le x(i, j_1) - x(i-1, j_1) \le 2 \\ 0 \le x(i, j_3) - x(i-1, j_3) \le 2 \\ i - w \le x(i, j_1) \le i + w \\ i - w \le x(i, j_N) \le i + w \end{aligned}\right\} \tag{7}$$

ここで wは整合窓の半径である．

中間ピボット (i, j_2) の$\boldsymbol{B}$上のイメージ $(x(i, j_2), y(i, j_2))$ の軌跡は，行 i と $i-1$ の間の 2 次元的単調連続性条件

$$\left.\begin{aligned} 0 \le x(i, j_2) - x(i-1, j_2) \le 2 \\ -1 \le y(i, j_2) - y(i-1, j_2) \le 1 \end{aligned}\right\} \tag{8}$$

による拘束に加えて，$\boldsymbol{A}$上での中間ピボットの軌跡 $P_2(i)$ によって拘束される．後者の拘束の実現には各種の近似レベルが考えられるが，ここでは単純に中間ピボットの位置だけを考慮して，整合窓による制約のみを考える．

$$\left.\begin{aligned} i - w \le x(i, j_2) \le i + w \\ P_2(i) - w \le y(i, j_2) \le P_2(i) + w \end{aligned}\right\} \tag{9}$$

よってこの場合，$\Delta P_2(i)$ の値にかかわらず，中間ピボットの$\boldsymbol{B}$ 上での動き $((x(i, j_2) - x(i-1, j_2)), (y(i, j_2) - y(i-1, j_2)))$ としては，図 3の関係 $PQ = \{(p, q)\}$ が総て許容される．

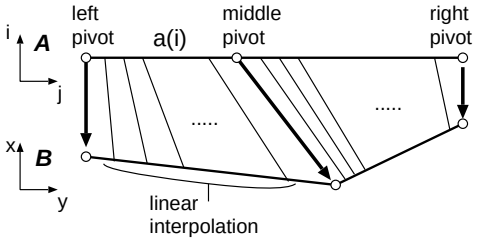


図 2: 行単位の折れ線ワープ

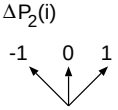
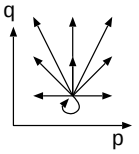
motion of pivot on A	motion of pivot on B	PQ={(p,q)}
$\Delta P_2(i)$ 		(-1, 2) (0, 2) (1, 2) (-1, 1) (0, 1) (1, 1) (-1, 0) (0, 0) (1, 0)

図 3: 中間ピボット制御の例

/* *Initialization* */

1 **for all** $P_2(1) - w \leq y_2 \leq P_2(1) + w$ **do**

2 $g(1,(1,y_2),1|1) := d(1,(1,y_2),1|1)$

/* *Recursion* */

3 **for** $i := 2$ **to** N **do**

4 **for all** $i - w \leq x_1, x_2, x_3 \leq i + w$ **do**

5 **for all** $P_2(i) - w \leq y_2 \leq P_2(i) + w$ **do**

6 $$g(x_1,(x_2,y_2),x_3\,|\,i) := d(x_1,(x_2,y_2),x_3\,|\,i) + \min_{\substack{s,t\in\{0,1,2\}\\(p,q)\in PQ}} g\big(x_1 - s,(x_2 - p, y_2 - q), x_3 - t\,|\,i-1\big)$$

/* *Termination* */

7 $$D(\boldsymbol{A},\boldsymbol{B}) := \min_{P_2(N)-w\leq y_2\leq P_2(N)+w} g(N,(N,y_2),N \mid N)$$

図 4: DP アルゴリズム (中間ピボット数 1)

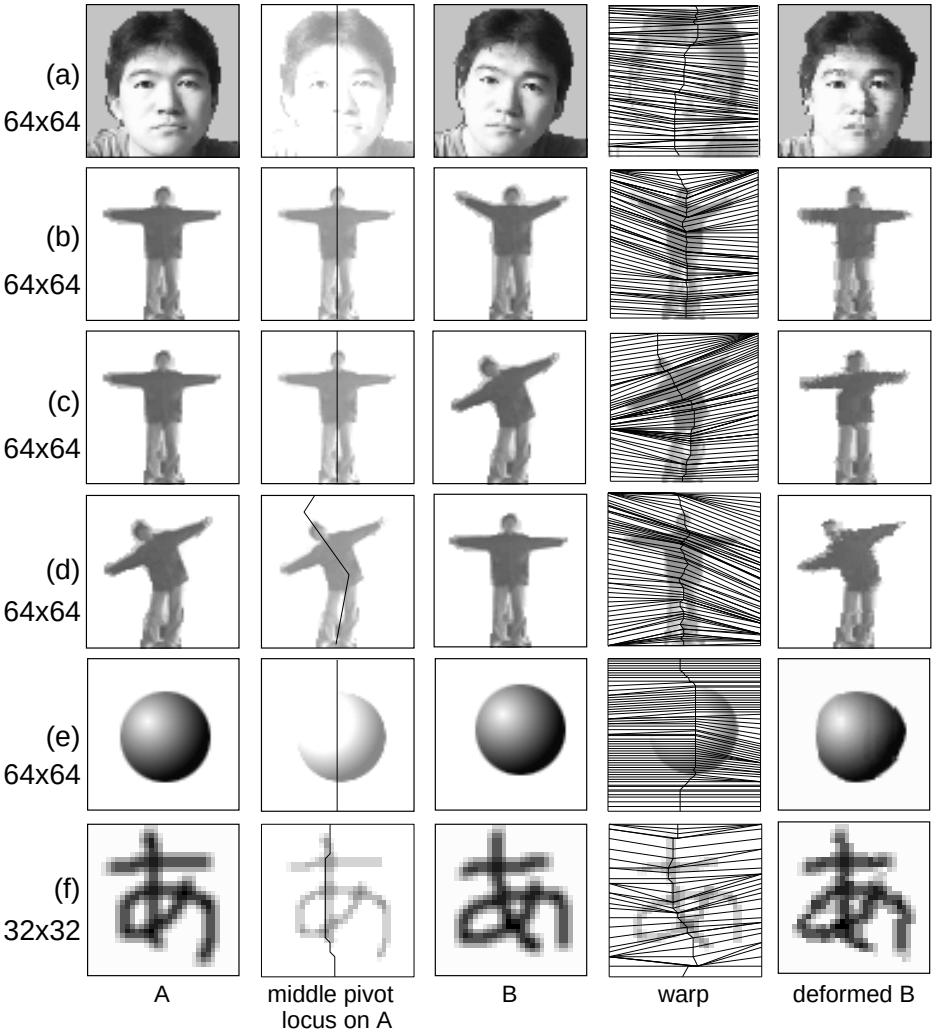


図 5: 区分線形型 2 次元ワープの例 (中間ピボット数 1)

2.3 DP アルゴリズム

以上で定義される区分線形型 2 次元ワープの最適化問題を多段決定過程で記述する．段はパターン$\boldsymbol{A}$の行 i である．各段での状態は $(x_1,(x_2,y_2),x_3)$ の組で記述される．段の推移に伴う状態遷移は前節で示した条件で拘束され，この時遷移する状態に応じてコスト (5) が加算される．

この多段決定過程の最適状態遷移系列，すなわち最適な区分線形型 2 次元ワープを探索する DP アルゴリズムを図 4に示す．ここで $g(x_1,(x_2,y_2),x_3|i)$ は，段 ($\boldsymbol{A}$の行) が i まで進行し，$\boldsymbol{B}$上でのピボット位置が $(x_1,(x_2,y_2),x_3)$ であったときの，過去のワープ経歴に関する最小累積値を格納するワークエリアである．また $D(\boldsymbol{A},\boldsymbol{B})$ は目的関数の最小値であり，区分線形型 2 次元ワープにより 2 画像$\boldsymbol{A}$，$\boldsymbol{B}$をマッチングした時の画像間距離に相当する．

最適ワープ関数 $x=x(i,j)$，$y=y(i,j)$ を具体的に求めるには，このアルゴリズムの他にバックトラック処理が必要となる．すなわち図 4中の漸化式 $(\mathrm{step}\ 6)$ 計算と同時に最適パラメーター (s,t,p,q) をバックポインターテーブル $BP(x_1,(x_2,y_2),x_3|i)$ に記憶しておき，$BP(N,(N,Y_2),N|N)$ よりバックトラックする．ここで Y_2は $\mathrm{step}\ 7$ で最小値を与える y_2である．

2.4 区分線形型 2 次元ワープの例

図 5に中間ピボットが 1 個の場合の区分線形型 2 次元ワープの例を示す．図は左より画像$\boldsymbol{A}$，ピボット軌跡 $P_2(i)$，画像$\boldsymbol{B}$，求まった最適ワープ関数, およびワープによる$\boldsymbol{B}$の変形画像 $\{b(x(i,j),y(i,j))\}$ である．$\boldsymbol{A}$, $\boldsymbol{B}$はいずれも 256 レベル，$N=64$ もしくは 32 の濃淡画像である．(a)〜(d) の$\boldsymbol{A}$，$\boldsymbol{B}$は顔および人体像である．オクルージョンの問題を除くために切り出しを行ない，背景は均一のピクセル値としている．(e) の画像$\boldsymbol{A}$は人工的に生成したもので，$\boldsymbol{B}$はそれを平行移動したものである．(f) は 2 つの手書き文字画像をぼけ変換したものである．いずれもピクセル値 $a(i,j)$，$b(x,y)$ としては各画素の輝度値をそのまま用いた．窓幅 rは $(\mathrm{a})(\mathrm{e})(\mathrm{f})$ の場合 3，(b)〜(d) の場合 12 とした．要した計算時間については 4節で述べる．

(a)〜(d) の結果から本手法の有効性を確認できる．特にピボット軌跡の$\boldsymbol{B}$上でのイメージからワープが顔や体の傾きを追従できていることがわかる．よって，前フレームから現フレームへのワープで得られたピボットのイメージを現フレームから次のフレームへのワープにおいて現フレーム上のピボット軌跡 $P_2(i)$ として用いれば，本手法を移動物体の追従に応用できる．

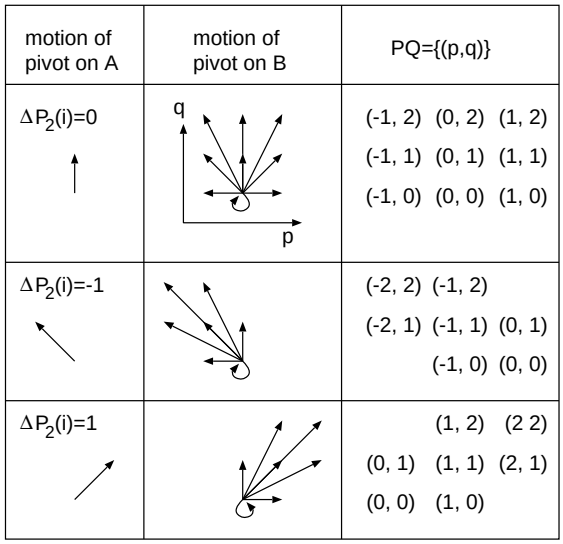


図 6: 動きのタイを伴う中間ピボット制御の例

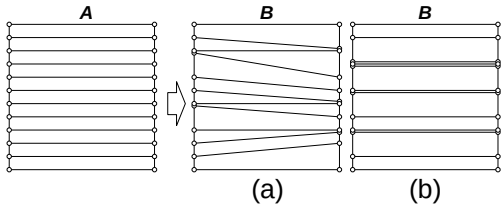


図 7: 区分線形型ワープの特別な場合: (a) $K=2$ の場合, (b) $K=2$ で両端ピボットを同期させた場合

一方，(e) は線形補間の不十分性を表す例である．中心線は比較的良好に追従できているが，物体の形状は不必要に変形されている．この原因は y方向に固定された両端ピボットと y方向にも動き得る中間ピボットとの間で線形補間を行なっている点にある．逆に (f) は十分に変形されていない例になっている．このように本手法は単調連続 2 次元ワープに比べ，計算量が大幅に少ない反面，横方向 $(j$，y方向$)$ の精度が犠牲になっている．3.2節では，この問題に対する対処法の一つとして複数ピボットの利用を検討する．

3 一般化に関するいくつかの考察

以上述べたアルゴリズムに関して，種々の考えからいくつかの拡張 / 特殊化が考えられる．それらは主に，ピボットの個数，ピボットの制御法がキーとなる．

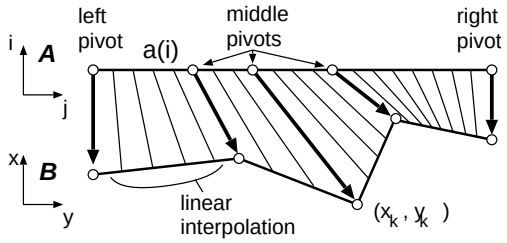


図 8: 複数ピボットの場合の行単位ワープ

3.1 ピボットの制御

以下に中間ピボットの動きの，よりきめ細かな制御の方策を検討する．どのような問題にどのような制御がよいかは，思考実験，シミュレーション実験によって検討する必要がある．

3.1.1 $\boldsymbol{B}$上ピボットの動きと$\boldsymbol{A}$上ピボットの動きの間のタイ

$\boldsymbol{A}$上に指定されるピボット軌跡に関して，(3) の $\Delta P_2(i)$ によって$\boldsymbol{A}$上のピボットの動きを検知し，それに合わせて$\boldsymbol{B}$上のピボットのイメージの動き許容範囲 PQ を制御することを考える．この制御規則の例を図 6に示す．これを図 3の代わりに用いることによって，ピボットの動きの間のタイ (tie) が実現される．

3.1.2 知識ベース型モデル

3.1.1節のモデルをさらに知識ベースモデル的にしようという考えである．軌跡検出の研究 [10], [11] で用いられた軌跡モデルの援用，継続長制御，さらに 3.2節で述べる複数ピボットの場合には，ピボット軌跡相互間の性質のモデル化等が考えられる．

3.1.3 無知識モデル

TV 画像のフレーム間処理などではピボット軌跡をしかるべき知識に基づいて与えることは不可能である．垂直なピボットを適当に与えざるを得ないであろう．その場合には，$\boldsymbol{A}$上でのピボットの動きは上向き，すなわち$\Delta P_2(i) = 0$ のみとなる．

3.2 複数ピボット

処理する画像が複雑な場合，中間ピボットの個数を増やしてワープの近似精度を確保しようというのは自然な発想である．本節では左右ピボット含め K個のピボットを用いるワープモデルへの拡張を検討する．

画像$\boldsymbol{A}$上に K本のピボット軌跡

$$j_k = P_k(i) \qquad k = 1, 2, \ldots K$$

を想定する．ただしピボット軌跡に交差はないものとする．すなわち

$$P_{k-1}(i) < P_k(i).$$

$k = 1$ を左ピボット，$k = K$を右ピボットに対応させ，その間の $K - 2$ 個を中間ピボットとする．

$K = 2$ すなわち，中間ピボットがない場合は図 7(a) のようなワープになる．さらに両端のピボットの遷移を同期させたモデル (図 7(b)) は音声認識などに用いる 1 次元ワープ (DP マッチング [12]∼[15]) と一致する．

$3 \leq K \leq (N - 1)$ の場合が区分線形型ワープとなる．$K = N$ ，すなわち総ての点をピボットとするモデルは単調連続 2 次元ワープ [4], [5] に帰着する．この形で，両端ピボットを含め全ピボットの x 方向遷移の同期をとったモデルは連続周波数ワープ [16] の $(K - 2)$ 次近似となる．

図 8に複数ピボットを用いた場合の行単位のワープの様子を例示する．また DP アルゴリズムを図 9に示す．ここで (x_k, y_k) は第 kピボット $(i, P_k(i))$ のイメージである．詳細の説明は省略する．

図 10に中間ピボットの個数を 2 とした場合の結果を示す．同図 (a) は図 5(e) と，(b) は図 5(f) とそれぞれ同じ画像対$\boldsymbol{A}$，$\boldsymbol{B}$である．図 10(a) では，図 5(e) で生じていた不要な変形は無くなり，$\boldsymbol{A}$と変形画像は完全に一致している ($D(\boldsymbol{A}, \boldsymbol{B}) = 0$) ． また図 10(b) も，図 5(f) に比べ変形画像はより$\boldsymbol{A}$に近付いていることがわかる．これらの結果は複数ピボットの使用により変形モデルの精度が向上したことを表している．ただし次節で述べるように，ピボットの個数は計算量に対し指数的に影響するので注意が必要である．

4 計算量

ピボット数が K，かつ各ピボットの制御に図 3の PQ を用いた場合における，図 9の DP アルゴリズムに要する計算量のオーダーを考察する．$K = 3$ とすれば図 4の DP アルゴリズムの計算量になる．

まず DP 漸化式 (図 9 step 6) の計算回数を見積もる．これは step 3–5 による繰り返し回数に等しい．整合

/* *Initialization* */

1 **for all** $[y_2, \ldots, y_{K-1}]$ where $P_k(1) - w \leq y_k \leq P_k(1) + w$ **do**

2 $g(1,(1,y_2),\ldots,(1,y_k),\ldots,(1,y_{K-1}),1|1) := d(1,(1,y_2),\ldots,(1,y_k),\ldots,(1,y_{K-1}),1|1)$

/* *Recursion* */

3 **for** $i := 2$ **to** N **do**

4 **for all** $[x_1, \ldots, x_K]$ where $i - w \leq x_k \leq i + w$ **do**

5 **for all** $[y_2, \ldots, y_{K-1}]$ where $P_k(i) - w \leq y_k \leq P_k(i) + w$ **do**

6
$$g(x_1,(x_2,y_2),\ldots,(x_k,y_k),\ldots,(x_{K-1},y_{K-1}),x_K \mid i) :=$$
$$d(x_1,(x_2,y_2),\ldots,(x_k,y_k),\ldots,(x_{K-1},y_{K-1}),x_K \mid i)$$
$$+ \min_{\substack{s,t\in\{0,1,2\} \\ (p_k,q_k)\in PQ}} g\big(\, x_1 - s,\ (x_2 - p_2, y_2 - q_2),\ \cdots,\ (x_k - p_k, y_k - q_k), \cdots,$$
$$(x_{K-1} - p_{K-1}, y_{K-1} - q_{K-1}),\ x_K - t \mid i - 1\big)$$

/* *Termination* */

7 $$D(\boldsymbol{A},\boldsymbol{B}) := \min_{\substack{[y_2,\ldots,y_k,\ldots,y_{K-1}] \\ P_k(N)-w\leq y_k\leq P_k(N)+w}} g(N,(N,y_2),\ldots,(N,y_k),\ldots,(N,y_{K-1}),N \mid N)$$

図 9: 中間ピボットを複数用いる場合の DP アルゴリズム

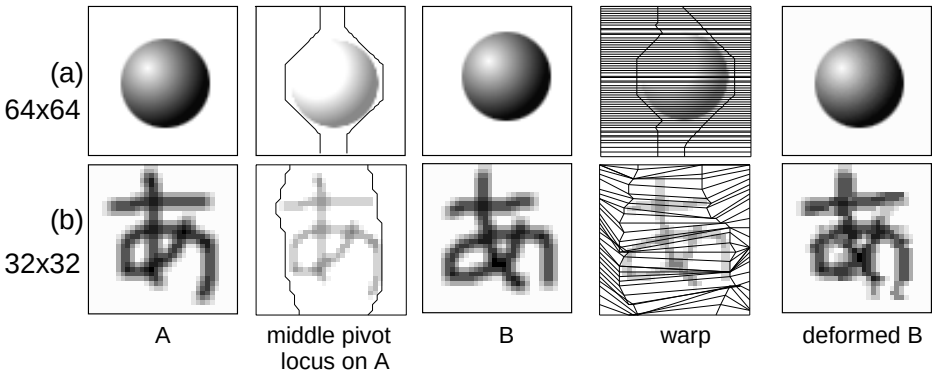


図 10: 中間ピボットを複数用いた結果例 (中間ピボット数 2)

窓の直径を $W = 2w + 1$ と表すと，両端ピボットには W，中間ピボットには W^2 の自由度があることになる．よって各 i での DP 漸化式計算回数は $W \times W^{2(K-2)} \times W = W^{2(K-1)}$ となる．これは第 i 段に属する状態 $(x_1,(x_2,y_2)\ldots,(x_k,y_k),\ldots,(x_{K-1},y_{K-1}),x_K \mid i)$ の総数になっている．これと行数 N の積より，漸化式計算回数 $O(NW^{2(K-1)})$ が得られる．

次に DP 漸化式 1 回あたりの計算量を見積もる．両端ピボットに関係する遷移がそれぞれ 3，各中間ピボットに関する遷移がそれぞれ $|PQ| = 3 \times 3 = 9$ であるので，DP 漸化式 (step 6)1 回あたりの最小値探索回数 (すなわち 1 状態から可能な遷移数) は，$3 \times 9^{K-2} \times 3 = 9^{K-1}$ となる．この見積もりと，(5) 式の距離の計算量が $O(N)$ であることから，漸化式 1 回あたりの計算量は $O(9^{K-1} + N)$ となる．

以上よりアルゴリズム全体の計算量は $O((9^{K-1}+N) \cdot NW^{2(K-1)})$ であり，N に関しては多項式オーダーとなることがわかる．一方，ピボット数 K の増加には指数的な影響を受けるため，最適ワープを求める必要がある場合は，対象画像の性質を適当に近似しピボットの個数を少なくしておく必要がある．

本報告では簡単のために各行 (i) を段として進行するアルゴリズムを説明した．一方，単調連続 2 次元ワープに関する文献 [5] の考察を応用すれば，行とピボットの組 (i,k) を段としてラスタスキャンのように進行するアルゴリズムも構成できる．その方が計算量は少なく，$O((9K+N)NW^{2(K-1)})$ の計算量で最適な区分線形型 2 次元ワープが求まる．このアルゴリズムを用いた場合

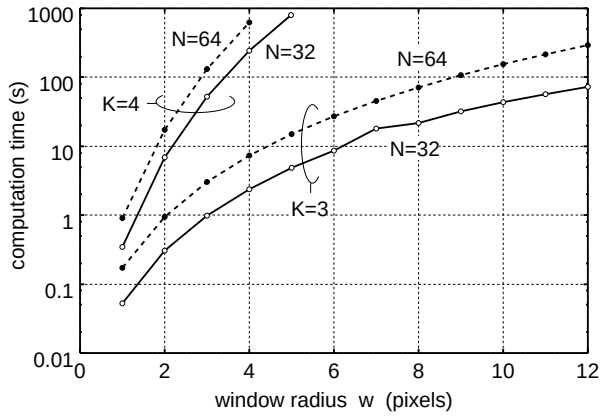


図 11: 最適ワープを求めるために要した計算時間の実測値 (SUN Ultra-2 (SPECint_95:12,3, SPECfp_95:20.2) 使用)

の計算時間の実測値 (SUN Ultra-2 (SPECint_95:12,3, SPECfp_95:20.2) 使用) を，$K = 3, 4$，$N = 32, 64$ の場合について図 11に示す．

5 むすび

2 次元ワープの計算量的な問題の一つの改善法として，区分線形型 2 次元ワープを提案した．本手法では各行のワープの結果は折れ線となる．ワープの最適化処理をその折れ線の屈曲点 (ピボット) に対して行う動的計画アルゴリズムを与えた．いわば全ての画素をピボットとする従来の単調連続 2 次元ワープアルゴリズムに比べて計算量は大幅に低減され，ピボットの個数が少なければ最適ワープが現実的な時間で求まることを明らかにした．幾つかの画像間に最適ワープを実際に求め，本手法の変形追従能力を確認した．ピボットの自由度，ピボットの個数，および対象画像の性質に関する知識によるピボット制御による，種々の拡張・特殊化モデルについても考察した．

4節で明らかにしたように，ピボットの個数の増加に従って計算量の組合せ爆発が深刻な問題になってくる．よって今後の課題としては，枝刈の援用や，対象の性質により依存した制約の導入が考えられる．

謝辞

本研究の一部は文部省科学研究費 (基盤研究 C(2), No.10680385) によった．

参考文献

[1] A. K. Jain, Y. Zhong, and M.-P. Dubuisson-Jolly. Deformable template models: A review. *Signal Processing*, Vol. 71, No. 2, pp. 109–129, 12 1998.

[2] C. A. Glasbey and K. V. Mardia. A review of image-warping methods. *Journal of Applied Statistics*, Vol. 25, No. 2, pp. 155–171, 4 1998.

[3] H. Lester and S. R. Arridge. A survey of hierarchical non-linear medical image registration. *Pattern Recognition*, Vol. 32, No. 1, pp. 129–149, 1 1999.

[4] 内田誠一, 迫江博昭. 動的計画法に基づく単調連続 2 次元ワープ法の検討. 信学論 (D-II), Vol. J81-D-II, No. 6, pp. 1251–1258, 6 1998.

[5] S. Uchida and H. Sakoe. An efficient two-dimensional warping algorithm. *IEICE Trans. Info.& Syst.*, Vol. E82-D, No. 3, pp. 693–700, 3 1999.

[6] 内田誠一, 迫江博昭. 単調連続 2 次元ワープ法によるオフライン手書きひらがな認識. 信学技報, PRMU98-163, 12 1998.

[7] 天田泰亨, 鈴木基之, 後藤英昭, 牧野正三. ジェスチャー認識のための単調連続 2 次元ワープ法を用いた移動 量検出. 信学総大, D-12-83, p. 256, 3 1999.

[8] 杉村昌彦，飯国洋二，足立紀彦. ツェルニケモーメントを特徴量とする 2 次元動的計画法を用いたイメージマッチング. 信学論 (D-II), Vol. J80-D-II, No. 1, pp. 101–108, 1 1997.

[9] 内田誠一, 迫江博昭. 単調連続 2 次元ワープの高速な近似アルゴリズム. 信学総大, D-12-98, p. 271, 3 1999.

[10] 高橋伸弥, 迫江博昭. 雑音画像中の多元信号軌跡の解析. 信学論 (D-II), Vol. J80-D-II, No. 11, pp. 3011–3019, 11 1998.

[11] 高橋伸弥, 迫江博昭. 文脈自由文法モデルを用いた複数の軌跡の同時検出. 信学論 (D-II) 掲載予定, 1999.

[12] 迫江博昭, 千葉成美. 動的計画法を利用した音声の時間正規化に基づく連続音声認識. 音響誌, Vol. 27, No. 9, pp. 483–490, 9 1971.

[13] W. Cho, S.-W. Lee, and J. H. Kim. Modeling and recognition of cursive words with hidden markov models. *Pattern Recognition*, Vol. 28, No. 12, pp. 1941–1953, 12 1995.

[14] 近田智洋. 筆者照合への HMM 導入とその適応性に関する一考察. 信学技報, PRMU98-146, 12 1998.

[15] 志久　修, 中村　彰, 高比良秀彰, 黒田英夫, 宮原末治. 単語全体の形状に注目した手書き日本語単語の認識. 情報処理学会九州支部研究会, 3A-3, 3 1999.

[16] 山田圭, 内田誠一, 迫江博昭. フレーム間で連続な時間・周波数ワープによる話者正規化の検討. 九州大学大学院システム情報科学研究科報告, Vol. 3, No. 2, pp. 197–202, 9 1998.