論　文

区分線形2次元ワープ法の検討

内田　誠一[†]　　迫江　博昭[†]

Piecewise Linear Two-Dimensional Warping

Seiichi UCHIDA[†] and Hiroaki SAKOE[†]

あらまし　2画像の最大一致を与える2次元-2次元写像を2次元ワープと呼ぶ．パターン認識の立場から見れば，2次元ワープは画像の弾性マッチング処理であり，同時に画素をプリミティブとする構造解析処理でもある．筆者らは単調連続性の条件下で純粋に非線形な2次元ワープを探索する動的計画アルゴリズムを検討してきたが，計算量が画像サイズの指数オーダーとなる問題があった．その改善を目指し，本論文では区分線形2次元ワープ法を提案する．本手法では画像の各行のワープによる像は折れ線となる．ワープの最適化はこの折れ線の屈曲点の位置に関して行われる．最適ワープを求めるための計算量は単調連続2次元ワープの場合に比べ大幅に低減される．計算機実験を通じて，本手法の有効性および問題点を考察する．

キーワード　2次元ワープ，弾性マッチング，動的計画法，変形

1. まえがき

2画像の最大一致を与える2次元-2次元写像を2次元ワープと呼ぶ．パターン認識の立場から見れば，2次元ワープは画像の変形に適応可能なマッチング処理(弾性マッチング) [1]~[4] であると言える．また，一方の画像を画素をプリミティブとするモデルと考えると一種の構造解析処理にもなっている．

単調連続2次元ワープ [5], [6] は，位相を保存する範囲で純粋に非線形な2次元ワープであり，手書き文字認識やジェスチャー認識への応用が検討されている [7], [8]．単調連続2次元ワープの最適化問題，すなわち2画像の最大一致を与える単調連続2次元ワープを探索する問題は動的計画法 (DP) に基づくアルゴリズムによって解くことができる．DPの利用は微分不可能な目的関数や様々の制約条件の取り扱いを許容するだけでなく，総当たり的な解探索手法に比べ大幅な計算量の低減を実現する．それでも厳密解を求めるためのDP計算量は画像サイズに関して指数オーダーであり，実用的とは言えない．

この計算量の問題の解決には二つの方向が考えられる．第一は，ビームサーチなどの局所探索手法の組み込みである [6], [9]．この場合，厳密解が得られる保証は無くなるが，画像サイズがある程度小さければ実用的には十分な解が得られることが多い．しかし，画像サイズが大きくなるに従い，原問題の解探索空間の増大と相対して探索の局所化が進み，厳密解からのずれが顕著になると考えられる．

第二の方向は，ワープの変形追従能力の制限である．この制限により解探索空間そのものが縮小され，その制限下での厳密解を現実的な時間で求めることが可能になる．ここで，対象の変形特性を考慮した上でどのように制限するかを定めることができれば，必ずしもワープの変形追従能力は低下しないと考えられる．

本論文ではこの第二の方向に則し，区分線形2次元ワープ法を提案する．本手法では，一方の画像の各行はその上の幾つかの節点で折り曲げられ，かつ伸縮されて，もう一方の画像に重ね合わせられる．すなわち各行のワープによる像は折れ線に制約される．ワープの最適化はこの節点の像，すなわち折れ線の屈曲点に対して行なわれ，DPアルゴリズムにより解探索がなされる．その計算量は，節点数に関しては指数オーダーとなるが，画像サイズに関しては多項式オーダーとなる．よって対象の変形特性を考慮した適当な近似により節点数を少なくできれば，現実的な時間で厳密解を求めることができる．

本手法の変形追従能力は単調連続2次元ワープ [5], [6]

[†] 九州大学大学院システム情報科学研究院，福岡市
Graduate School of Information Science and Electrical Engineering, Kyushu Univ., 6–10–1 Hakozaki, Higashi-ku, Fukuoka-shi, 812-8581 Japan

に比べて制限されたものになっている．このため完全な変形追従が可能な対象は，単調連続 2 次元ワープの場合に比べて局所的変形が少ないものに限られる．しかしこの制限は変形追従能力を大幅に低くするものではなく，例えば回転を含む変形にも追従可能という点で，1 次元的なワープを直交方向に組み合わせた多くの従来法 (例えば [10]) に比べて，本手法は依然として高い変形追従能力を備えていると言える．また，単調連続 2 次元ワープ [5], [6] を基本とすべき局所的変形を多く含む対象を扱う場合も，本手法を粗い整合のための前処理として組み込むことで，計算量や過変形抑止の面で有利な粗密探索 [3] を構成できると考えられる．

本論文は以下のように構成される．**2.**では，屈曲点数を 1 とした場合について区分線形 2 次元ワープの最適化問題を定式化し，その厳密解を与える DP アルゴリズムを示す．また実際にワープを求めた結果を示し，本手法の有効性および問題点を考察する．**3.**では，複数の屈曲点を用いる場合について述べる．

2. 区分線形 2 次元ワープ

2 画像 $\boldsymbol{A} = \{a(i,j) \mid i,j = 1,2,\ldots,N\}$ と $\boldsymbol{B} = \{b(x,y) \mid x,y = 1,2,\ldots,N\}$ との間の 2 次元的なワープの最適化問題を考える．画素を単位として，ワープ関数 $x = x(i,j)$, $y = y(i,j)$ を単調連続性制約の下で最適化するという問題 (図 1(a)) は，画像サイズ N に関して指数オーダーの計算量を要する実行困難な問題となる [5], [6]．このため適当な近似アルゴリズムが必要となるが，$\boldsymbol{A}$ の各行のワープをその上に予め定義された幾つかの節点における屈曲と節点間の伸縮に制限して最適化するという近似 (図 1(b)) は，一つの妥当な方針と考えられる．本節では説明が簡単で，しかも拡張の議論の出発点となりうる例として，折れ線の屈曲点が 1 個の場合を説明する．

2.1 ワープ関数とピボット

画像 $\boldsymbol{A}$ の第 i 行

$$\boldsymbol{a}(i) = [a(i,1), a(i,2), \ldots, a(i,j), \ldots, a(i,N)]$$

を折り曲げて画像 $\boldsymbol{B}$ 上に重ね合わせることを考える (図 1(b))．この折り曲げを行なう $\boldsymbol{a}(i)$ 上の節点を中間ピボットと呼び，その位置を (i, j_2) と表す．また，$\boldsymbol{a}(i)$ の左端 (i, j_1) を左ピボット，右端 (i, j_3) を右ピボットと呼ぶ．ここで $1 = j_1 < j_2 < j_3 = N$ とする．

この中間ピボットはワープの実行に先立って人為的に設定される．良好なワープ結果を得るには対象パターン固有の変形特性を考慮した方が有利である．パターンに顕著な屈曲点がある場合には，そこにピボットを配置するというのが一つの基本的な考え方である．なお，ピボットの設定は $\boldsymbol{A}$ (モデルあるいは標準パターン) に対して行われるもので，$\boldsymbol{B}$ (入力パターン) には不要であることを注意しておく．

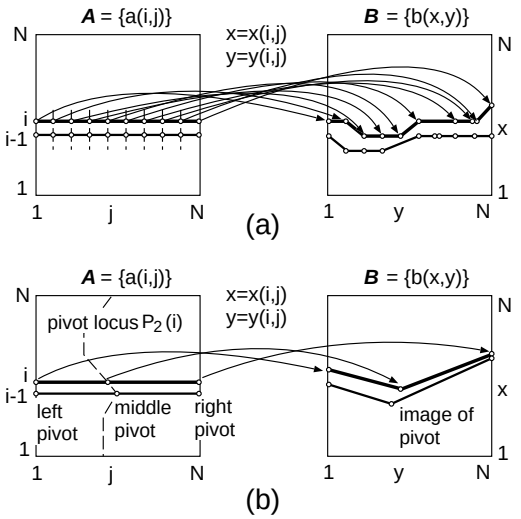

図 1 (a) 単調連続 2 次元ワープ [5], [6] および (b) 区分線形 2 次元ワープ

Fig. 1 (a) Conventional monotonic and continuous warping [5], [6]. (b) Piecewise linear warping.

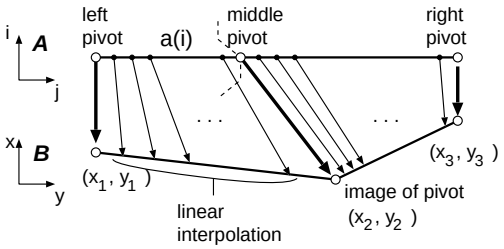

図 2 各行 $\boldsymbol{a}(i)$ のワープ

Fig. 2 Warp of column $\boldsymbol{a}(i)$.

中間ピボットの設定に関して，本論文では次の条件を仮定しておく．

$$-1 \leqq P_2(i) - P_2(i-1) \leqq 1 \qquad (1)$$

ここで $P_2(i)$ は第 i 行の中間ピボット (i, j_2) の j 座標を表す．条件 (1) の下で中間ピボットは画像 $\boldsymbol{A}$ 上に連続的な軌跡 $j = P_2(i)$ を為す．

左，中間，右ピボットのワープによる像をそれぞれ

/* *Initialization* */
1 **for all** y_2 where $P_2(1) - w \leqq y_2 \leqq P_2(1) + w$ **do**
2 $g(1,(1,y_2),1|1) := d(1,(1,y_2),1|1)$

/* *Recursion* */
3 **for** $i := 2$ **to** N **do**
4 **for all** x_1, x_2, x_3 where $i - w \leqq x_1, x_2, x_3 \leqq i + w$ **do**
5 **for all** y_2 where $P_2(i) - w \leqq y_2 \leqq P_2(i) + w$ **do**
6 $$g(x_1,(x_2,y_2),x_3 \mid i) := d(x_1,(x_2,y_2),x_3 \mid i) + \min_{\substack{s,t\in\{0,1,2\} \\ (p,q)\in PQ}} g\big(x_1 - s,(x_2 - p, y_2 - q), x_3 - t \mid i-1\big)$$

/* *Termination* */
7 $D(\boldsymbol{A},\boldsymbol{B}) := \min_{y_2} g(N,(N,y_2),N \mid N)$

図 3 DP アルゴリズム (中間ピボット数 1 . 状態と同様 , d についても y_1, y_3 を省略 .)
Fig. 3 DP algorithm for piecewise linear warping.

(x_1,y_1), (x_2,y_2), (x_3,y_3) と表す . これらの像を基準とした線形内挿により $\boldsymbol{a}(i)$ 上の全 N 画素の像を定める (図 2) . すなわち , 画素 (i,j) $(j_1 \leqq j \leqq j_2)$ の $\boldsymbol{B}$ 上での像 $(x(i,j),y(i,j))$ を次式で与える .

$$\begin{aligned} x(i,j) &= j' \cdot x_2 - (1-j') \cdot x_1 \\ y(i,j) &= j' \cdot y_2 - (1-j') \cdot y_1 \end{aligned} \tag{2}$$

ここで $j' = (j-j_1)/(j_2-j_1)$ である . 画素 (i,j) $(j_2 < j \leqq j_3)$ についても同様に像を定めることで , ピボットの像から $\boldsymbol{a}(i)$ 上の全 N 画素の像が定まる .

2.2 目 的 関 数

行ベクトル $\boldsymbol{a}(i)$ に関する重ね合わせ距離を , 前節の表記を用いて次式で定義する .

$$\begin{aligned} &d((x_1,y_1),(x_2,y_2),(x_3,y_3) \mid i) \\ &= \sum_{j=1}^{j_2} |a(i,j) - b(x(i,j),y(i,j))| \\ &\quad + \sum_{j=j_2+1}^{N} |a(i,j) - b(x(i,j),y(i,j))| \end{aligned} \tag{3}$$

右辺第 1 項は図 2の中間ピボットより左の部分の評価値 , 第 2 項は右の部分の評価値である . (2) 式で与えられる座標 $(x(i,j),y(i,j))$ は一般に非整数となるので , (3) 式の計算時には画素値 $b(x(i,j),y(i,j))$ を補間により与える必要がある . 本論文では単純に最も近い画素の画素値 $b(x,y) = b(\lfloor x(i,j) + 0.5 \rfloor, \lfloor y(i,j) + 0.5 \rfloor)$ を用いる .

ワープの実行においては , (3) 式の重ね合わせ距離をすべての行 i について加算した

$$\sum_{i=1}^{N} d((x_1,y_1),(x_2,y_2),(x_3,y_3) \mid i) \tag{4}$$

を目的関数とし , これを最小化するワープ関数を求める . 目的関数 (4) の最小値を $D(\boldsymbol{A},\boldsymbol{B})$ と表す . $D(\boldsymbol{A},\boldsymbol{B})$ は区分線形 2 次元ワープにより 2 画像 $\boldsymbol{A}$, $\boldsymbol{B}$ をマッチングした時の画像間距離に相当する .

2.3 ワープに対する制約条件

ワープに適切な自由度を与えるために , 左右及び中間ピボットの像に関して以下の制約条件を考える .

左右のピボットは x 方向にのみワープされる . すなわち ,

$$\begin{aligned} y(i,j_1) &= 1 \\ y(i,j_3) &= N \end{aligned} \tag{5}$$

このとき x 軸方向の動き及び位置は , それぞれ次の単調連続条件 (6) と整合窓条件 (7) を満たすとする .

$$\begin{aligned} 0 &\leqq x(i,j_1) - x(i-1,j_1) \leqq 2 \\ 0 &\leqq x(i,j_3) - x(i-1,j_3) \leqq 2 \end{aligned} \tag{6}$$

$$\begin{aligned} i - w &\leqq x(i,j_1) \leqq i + w \\ i - w &\leqq x(i,j_3) \leqq i + w \end{aligned} \tag{7}$$

ここで $w(\geqq 0)$ は整合窓の半径である .

中間ピボット (i,j_2) の像については , 位相保存を目的とした隣接行間の単調連続性制約

$$\begin{aligned} 0 &\leqq x(i,j_2) - x(i-1,j_2) \leqq 2 \\ -1 &\leqq y(i,j_2) - y(i-1,j_2) \leqq 1 \end{aligned} \tag{8}$$

及び中間ピボットの軌跡 $P_2(i)$ に関する制約を考える．後者の実現には各種のレベルが考えられるが，ここでは単純にピボット軌跡の位置だけを考慮する次の整合窓制約を考える．

$$\begin{aligned} i - w \leqq x(i, j_2) &\leqq i + w \\ P_2(i) - w \leqq y(i, j_2) &\leqq P_2(i) + w \end{aligned} \tag{9}$$

なお，窓幅 w の設定によっては，ピボット以外の画素のワープについて連続性が満たされない場合がある(注1)．

2.4 DP アルゴリズム

区分線形 2 次元ワープの最適化問題は，制約条件 (5)–(9) 下での目的関数 (4) の最小化問題であり，いわゆる多段決定過程を用いて記述できる．段は画像 $\boldsymbol{A}$ の行 i である．第 i 段に属する状態は $\boldsymbol{a}(i)$ 上の $\boldsymbol{B}$ 上での像に対応し，$(x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3)$ の組で記述される．ここで y_1 と y_3 は条件 (5) より常に 1 と N なので，以下では状態を $(x_1, (x_2, y_2), x_3 \mid i)$ のように表す．状態は整合窓条件 (7)(9) を満たす範囲で存在する．段の推移に伴う状態遷移は前節で示した条件 (6)(8) で拘束され，この時に遷移する状態に応じて局所コスト (3) が加算される．第 1 段から第 N 段までの状態遷移系列のうち，局所コストの累積値が最小となる系列が，区分線形 2 次元ワープ問題の解に対応する．

この最適状態遷移系列は図 3の DP アルゴリズムで探索できる．step 6 が DP 漸化式である．ここで $g(x_1, (x_2, y_2), x_3 \mid i)$ は，状態 $(x_1, (x_2, y_2), x_3 \mid i)$ に至るまでの，過去のワープ経歴に関する局所コストの最小累積値である．また $PQ = \{(p, q) \mid p = 0, 1, 2,\ q = -1, 0, 1\}$ である．図では省略したが，最適状態遷移系列は，DP アルゴリズム終了後，各 DP 漸化式での最適パラメータ (s, t, p, q) を格納したテーブルの上でのバックトラック処理により求められる．

2.5 計 算 量

本節では図 3の DP アルゴリズムの計算量が画像サイズ N に関して多項式オーダーとなることを示す．この計算量は，DP 漸化式の計算回数と，DP 漸化式一回当たりの計算量の積で与えられる．

DP 漸化式の計算回数は同図 step 3–5 による繰り返し回数に等しく，全状態数に等しい．整合窓の直径を $W = 2w + 1$ と表すと，両端ピボットには W，中間ピボットには W^2 の自由度があるので，各 i 段に属する状態数は $W \times W^2 \times W = W^4$ となる．これと段数 N の積より，漸化式計算回数 $O(NW^4)$ が得られる．

DP 漸化式 1 回あたりの計算量は局所コスト (3) の計算量と最小値選択回数の和となる．前者は $O(N)$ であり，後者は 1 状態から遷移可能な状態数に等しいので，両端ピボットに関係する遷移がそれぞれ 3，中間ピボットに関する遷移が $|PQ| = 9$ であることから，$3 \times 9 \times 3 = 9^2$ となる．よって漸化式 1 回あたりの計算量は $O(9^2 + N)$ となる．

以上より DP アルゴリズム全体の計算量は $O((9^2 + N) \cdot NW^4) = O(N^2 W^4)$ であり，N 及び W に関して多項式オーダーとなる．すなわち，N に関して指数的な計算量を要する単調連続 2 次元ワープ法 [5], [6] に比べて，大幅な計算量の低減が実現されている．

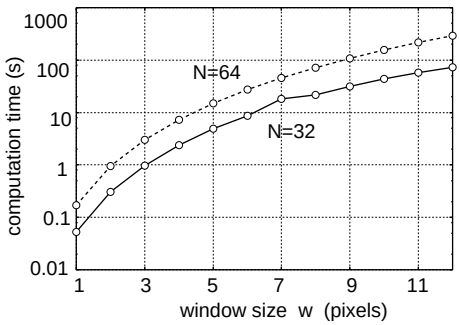

図 4 DP アルゴリズムの計算時間の実測値 (中間ピボット数 1)
Fig. 4 Computation time of DP algorithm.

図 4に $N = 32$ 及び 64 の濃淡画像各 1 対を用いて実測した，DP アルゴリズムの計算時間 (SUN Ultra-2 (SPECint_95:12.3, SPECfp_95:20.2) 使用) を示す．単調連続 2 次元ワープ法では同サイズの画像について厳密解を求めることは事実上不可能だが，中間ピボット数を 1 とした本手法では，このように現実的な時間内で厳密解が求まっている．ただし **3.1**で述べるように，中間ピボット数の増加に従って急激に計算量が増加するので注意が必要である．

2.6 区分線形 2 次元ワープの例

図 5に区分線形 2 次元ワープの例を示す．図は左より画像 $\boldsymbol{A}$，事前に $\boldsymbol{A}$ 上に設定した (中間) ピボット軌跡，画像 $\boldsymbol{B}$，求まったワープ，ワープによる $\boldsymbol{B}$ の変形画像 $\widetilde{\boldsymbol{B}} = \{b(x(i, j), y(i, j))\}$，及び $D(\boldsymbol{A}, \boldsymbol{B})$ の値である．$\boldsymbol{A}$, $\boldsymbol{B}$ は $N = 32$ 若しくは 64 の 256 レベル濃淡画像である．(a)–(d) は顔及び人体像である．オク

(注1): すべてのピボットの j 座標について条件 $2w \leqq j_k - j_{k-1}$ が満たされれば，(8) と同じ意味での単調連続性が画像全体で保証される．なお本論文の実験ではすべてこの条件が満たされている．

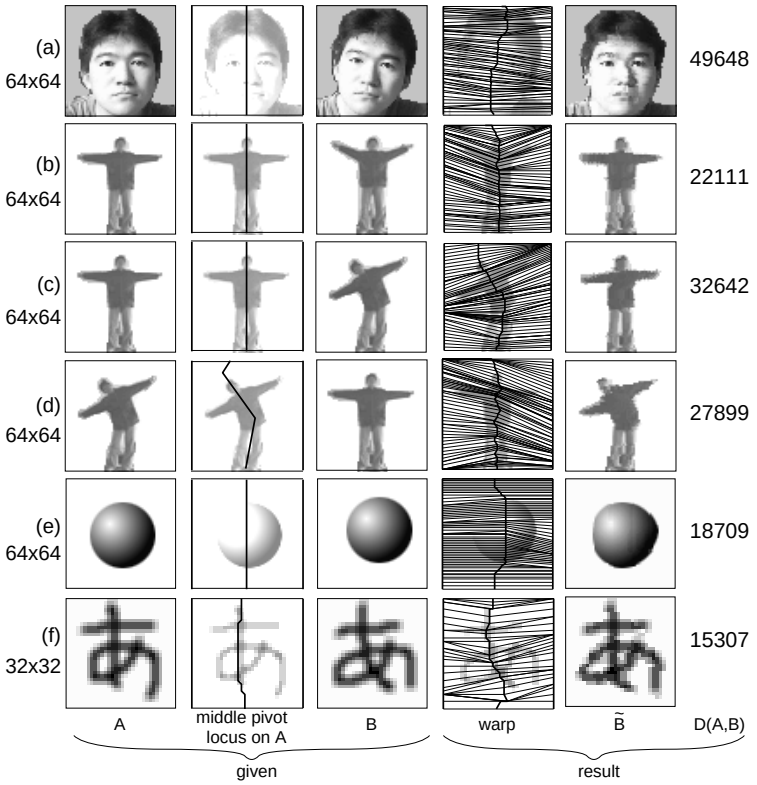

図 5　区分線形 2 次元ワープの例 (中間ピボット数 1)
Fig. 5　Experimental results of piecewise linear warping.

ルージョンの問題を除くために，背景は均一の濃淡値としている．(e) は人工的に生成した画像で，$\boldsymbol{B}$ は $\boldsymbol{A}$ を平行移動したものである．(f) はぼけ変換を施した手書き文字画像である．整合窓幅 w は，音声認識における 1 次元ワープの場合と同じく経験的に定め，(a) で 5，(b)–(d) で 12，(e),(f) で 3 とした．

(a)–(d) の結果では 2 画像はワープにより適切に整合されており (すなわち $\boldsymbol{A} \sim \widetilde{\boldsymbol{B}}$)，本手法の有効性が確認できる． またワープが顔や体の傾きを追従できていることがわかる．

一方，(e) は中間ピボットが 1 個の場合の線形補間による歪みの発生を顕著に示す例である．物体の中心線はほぼ正確に追従できているが，その形状は水平方向において不自然に変形されている．本手法は単調連続 2 次元ワープに比べ計算量が大幅に少ない反面，この例のように区分線形化により水平方向 (j，y 方向) の変形追従能力が犠牲になっている．また (f) は複雑な変形に対する追従能力の不足を示す例である．これらの問題に対し，次節 **3.**では複数ピボットの利用によるワープ精度の改善を検討する．

2. 1で述べたように，良好な結果のためには中間ピボットを対象固有の屈曲点に配置しておくことが望ましい．例えば図 5(b)–(d) のように人体の腕の上げ下げや胴体の屈曲よる変形を吸収する場合には，人体の中心線付近にピボットを配置することが妥当と考えられる．実際，同じく人体像である図 6(a) の $\boldsymbol{A}$ と 4 種の $\boldsymbol{B}$ について，ピボット位置 j_2 (ここで $j_2 = P_2(i) =$ 一定) を変えながら $D(\boldsymbol{A}, \boldsymbol{B})$ を求めたところ，同図 (b) に示すように，人体の中心線付近 ($j_2 \sim 32$) にピボットを与えた場合が最も $D(\boldsymbol{A}, \boldsymbol{B})$ が小さく，ワープ精度が高いという結果が得られた．この傾向は画像 $\boldsymbol{A}$ として人体中心線が画像中心と一致していない場合も同様であった．

適切な中間ピボット位置は，この人体の例では比較的分かりやすいが，一般には自明でない．本論文では他の例においても対象物体の中心線付近 (次節の複数

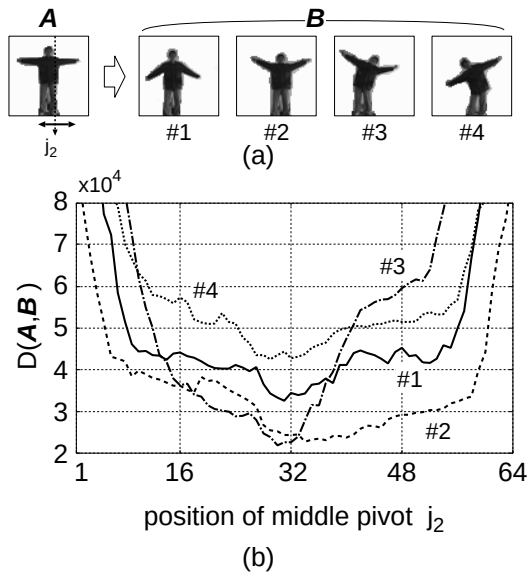

図 6　中間ピボットの位置のワープ精度への影響: (a) 測定に用いた画像 $\boldsymbol{A}$ 及び $\boldsymbol{B}$, (b) 中間ピボットの位置 j_2 に対する $D(\boldsymbol{A},\boldsymbol{B})$ の変化.

Fig. 6　The effect of middle pivot position on warping accuracy. (a) Image samples. (b) Image distance $D(\boldsymbol{A},\boldsymbol{B})$ as a function of j_2.

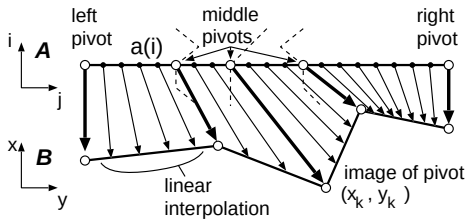

図 7　複数ピボットの場合の各行のワープ

Fig. 7　Warp of column $\boldsymbol{a}(i)$ with multiple pivots.

ピボットを用いた場合には対象物体の外郭付近) にピボットを設定したが，それが常に対象固有の屈曲点と一致する保証はない．適切なピボットの設定法は，今後検討を要する課題と考えている．

3. ピボットの複数化に関する考察

3.1 複数ピボット

対象に生ずる変形が複雑な場合や線形補間による歪みを低減させたい場合，中間ピボットの個数を増やしてワープの変形追従能力を向上させようというのは自然な発想である．本節では左右ピボット含め K 個のピボットを用いるワープモデルへの拡張を検討する．

画像 $\boldsymbol{A}$ 上に K 本のピボット軌跡 $j_k = P_k(i)$ $(k = 1, 2, \ldots K,\ P_{k-1}(i) < P_k(i))$ を想定する．$k = 1$ を左ピボット，$k = K$ を右ピボットに対応させ，その間の $K-2$ 個を各々(1) 式に従う中間ピボットとする．ワープの制約条件としては，**2.3**で与えた条件に加え，単調性条件

$$y(i, j_{k-1}) \leqq y(i, j_k) \tag{10}$$

を課する．図 7に複数ピボットを用いた場合の $\boldsymbol{A}$ の各行のワープの様子を示す．

ピボットを複数用いた場合も，図 3と同様の DP アルゴリズムで厳密解を求めることができる．この場合，状態は $(x_1, (x_2, y_2), \ldots, (x_k, y_k), \ldots, (x_{K-1}, y_{K-1}), x_K \mid i)$ と記述される．ここで (x_k, y_k) はピボット (i, j_k) のワープによる像とする．

図 8に $K = 4$，すなわち中間ピボット数を 2 とした場合の結果を示す．同図 (a)(b) はそれぞれ図 5(e)(f) と同じ画像対を用いた結果である．図 8(a) では，図 5(e) で顕著だった補間歪みは無くなり，$\boldsymbol{B}$ の変形画像は $\boldsymbol{A}$ に完全に一致している．また図 8(b) でも，$\boldsymbol{B}$ の変形画像は図 5(f) に比べて $\boldsymbol{A}$ に近付いていることがわかる．これらの結果は複数ピボットの使用によりワープの精度が向上したことを表している．この考察の正当性は $D(\boldsymbol{A},\boldsymbol{B})$ の減少からも確認できる．

複数ピボットを用いた場合の計算量は，図 3の DP アルゴリズムに関する **2.5**の議論において，中間ピボット数を $(K-2)$ とすることで見積もることができる．その結果，漸化式計算回数 $O(NW^{2(K-1)})$ と漸化式 1 回あたりの計算量 $O(9^{K-1}+N)$ が得られ，これらから計算量 $O((9^{K-1}+N)\cdot NW^{2(K-1)})$ が得られる．このように N 及び W に関しては多項式オーダーとなり，ピボット数 K に関しては指数オーダーとなる．

図 3を含めた以上では説明の簡単のために各行 (i) を段として進行する DP アルゴリズムを用いた．一方，文献 [6] を参考にすれば，若干複雑ではあるが計算量の点で有利な，行とピボットの組 (i, k) を段とする DP アルゴリズムも構成できる．この場合，計算量は $O((9K+N-12)NW^{2(K-1)})$ まで低減される．ただし各行のピボット数 K に関しては依然として指数オーダーである．

3.2 ビームサーチの組み込み

計算量に関する以上の考察から，複数のピボットを用いたワープの厳密解を DP アルゴリズムにより求める場合は，対象に生じる変形の特性を適当に近似しピ

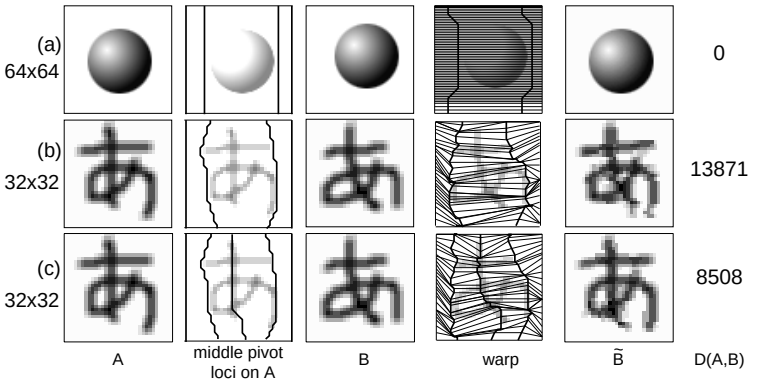

図 8　中間ピボットを複数用いた結果例: (a),(b)$K = 4$, DP アルゴリズムによる厳密解, (c)$K = 5$, ビームサーチ DP アルゴリズム ($R = 10000$) による近似解．
Fig. 8　Experimental results of piecewise linear warping with multiple pivots.

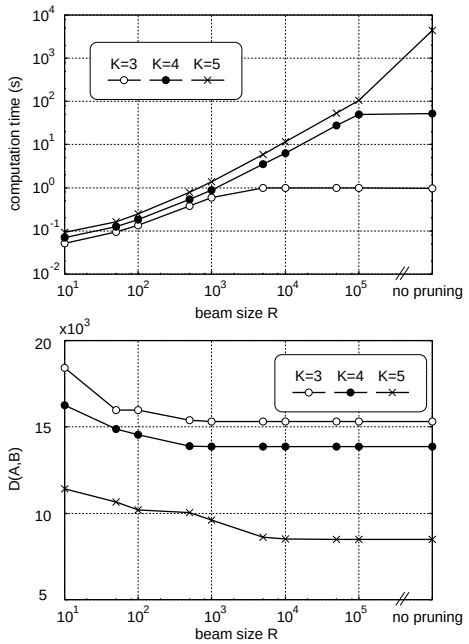

図 9　ビームサーチ DP アルゴリズムの計算時間の実測値 (上) 及び最小化された目的関数値 $D(\boldsymbol{A}, \boldsymbol{B})$(下)．ただし $w = 3, N = 32$．
Fig. 9　Computation time and minimized criterion function value obtained by beam search DP algorithm.

ボット数 K を小さくしておく必要があることがわかる．逆に対象の変形が複雑で K を小さくできない場合は，ビームサーチなどの局所探索手法の組み込みが必要となる．ビームサーチは厳密解の得られる可能性の低い探索を途中で打ち切ることで計算量を低減させる効率化手法である．具体的には，各段で累積コストの小さい方から状態を一定個数 $R(> 0)$ だけを残す．このビームサーチを組み込んだ DP アルゴリズムをビームサーチ DP と呼ぶ．

図 8(c) は $K = 5,\ R = 10000,\ w = 3$ としてビームサーチ DP で求めたワープである．画像 $\boldsymbol{A}$，$\boldsymbol{B}$ は同図 (b)(及び図 5(f)) と同じものである．$K = 5$ の場合，DP アルゴリズムでは約 4400 秒を要したが (SUN Ultra-2 使用)，ビームサーチ DP では約 12 秒で図 8(c) の近似解が求まった．目的関数値 $D(\boldsymbol{A}, \boldsymbol{B})$ については，この近似解の 8508 は厳密解の 8480 にほぼ一致しており，ビームサーチの有効性を示している．また，この値は同図 (b) よりも小さく，ピボット数を増やしたことでワープの変形追従能力が増加し整合精度が向上したことを示している．

図 9に，図 8(c) の $\boldsymbol{A}$, $\boldsymbol{B}$ を用いてビーム径 R を変えた場合の，ビームサーチ DP の計算時間の実測値，及び目的関数値の変化を示す．計算時間はビーム径 R の減少すなわち探索空間の圧縮に伴って単調に減少していることがわかる．グラフに飽和が見られるのは，R が 1 段あたりの状態数 ($W^{2(K-1)}$) を越え，ビームサーチによる枝刈が行なわれなくなったためである．目的関数値はある程度小さな R まではほぼ厳密解と同じ値を保っている．例えば $K = 4$ の場合は $R = 5000$(解探索幅を約 4% に圧縮) でも厳密解と一致している．非常に小さな R を用いた場合にはビームサーチの副作用としての精度の劣化が見られるが，この劣化は安定化汎関数 [11] の組み込みや特徴量の改善によりある程度

軽減できるものと考えられる．

1.で述べたように，ビーム径 R を一定値とすれば，画像サイズやピボット数の増加に相対してビームは狭くなり，したがって局所解に陥る危険性は高くなる．しかし，単調連続 2 次元ワープと本手法を同一計算量の条件で比べた場合，本手法の方が元々の解探索空間が大幅に狭いためにその危険性は低いと考えられる．

4. むすび

2 次元ワープの計算量的な問題の一つの改善法として，区分線形 2 次元ワープを提案した．本手法では各行のワープの結果は折れ線となる．ワープの最適化処理はその折れ線の屈曲点 (ピボット) に対して行われる．この最適化問題は動的計画アルゴリズムによって解くことができ，その計算量は従来の単調連続 2 次元ワープ [5], [6] に比べて大幅に少なくて済むことを示した．実際に画像間に厳密解としての最適ワープを求めた結果より，本手法の基本的な変形追従能力を確認した．また，複数ピボットの利用とそれに関連したビームサーチの組み込みについて考察した．その結果，ビームサーチを組み込みピボット数を増加することで，計算量を押えながらワープの変形追従能力を向上できることを確認した．

今後の検討課題としては，まず最良なピボットの設定法が挙げられる．また **1.**で触れたように，単調連続 2 次元ワープの前処理としての利用や，それに関連して，ピボット数を段階的に増やしていく一種の粗密探索 [3] の実現についても検討が必要と考えている．

謝辞　本研究の一部は文部省科学研究費 (基盤研究 C(2), No.10680385) によった．

文　献

[1] A. K. Jain, Y. Zhong, and M.-P. Dubuisson-Jolly, "Deformable template models: A review," Signal Processing, vol. 71, no. 2, pp. 109–129, Dec. 1998.

[2] C. A. Glasbey and K. V. Mardia, "A review of image-warping methods, " Journal of Applied Statistics, vol. 25, no. 2, pp. 155–171, Apr. 1998.

[3] H. Lester and S. R. Arridge, "A survey of hierarchical non-linear medical image registration," Pattern Recognition, vol. 32, no. 1, pp. 129–149, Jan. 1999.

[4] A. Redert, E. Hendriks and J. Biemond, "Correspondence estimation in image pairs," IEEE SP Mag., vol. 16, no. 3, pp. 29–46, May 1999.

[5] 内田誠一，迫江博昭，"動的計画法に基づく単調連続 2 次元ワープ法の検討，" 信学論 (D-II)，vol.J81-D-II，no. 6，pp.1251–1258，Jun. 1998．

[6] S. Uchida and H. Sakoe, "An efficient two-dimensional warping algorithm," IEICE Trans. Info.& Syst., vol. E82-D, no. 3, pp. 693–700, Mar. 1999.

[7] 内田誠一，迫江博昭，"単調連続 2 次元ワープ法によるオフライン手書き文字認識実験，" 信学論 (D-II)，vol.J83-D-II，no. 4，pp.1198–1200，April 2000．

[8] 天田泰亨，鈴木基之，後藤英昭，牧野正三，"動作位置の変化に頑強なジェスチャ認識，" 信学技報，PRMU99-106，1999．

[9] S. Uchida and H. Sakoe, "An approximation algorithm for two-dimensional warping," IEICE Trans. Info.& Syst., vol.E83-D, no. 1, pp. 109–111, Jan. 2000.

[10] 中野康明, 中田和男, 中島　晃. "周辺分布とそのスペクトルによる漢字認識の改良，" 信学論 (D)，vol. 57-D, no. 1, pp. 15–22, Jan. 1974.

[11] K. Sakaue, A. Amano and and N. Yokoya, "Optimization approaches in computer vision and image processing," IEICE Trans. Info.& Syst., vol. E82-D, no. 3, pp. 534–547, March 1999.

（平成 12 年 1 月 13 日受付，5 月 22 日再受付）

内田　誠一　（正員）

平 2 九大・工・電子卒．平 4 同大大学院修士課程（情報）了．セコム（株）勤務を経て，平 11 同大大学院システム情報科学研究科博士後期課程了． 同年同研究科助手，現在に至る．工博．画像パターンの解析・認識，及び音声の認識・合成に関する研究に従事．IEEE，日本音響学会，日本情報処理学会各会員．

迫江　博昭　（正員）

昭 41 九工大・制御卒．昭 43 九大大学院修士課程（電子）了．同年日本電気株式会社入社．平成元年，九大に移り，現在システム情報科学研究科知能システム学専攻教授．工博．音声認識及び画像パターン解析の研究に従事．IEEE ASSP Senior Award，本会業績賞，本会米沢ファウンダーズメダル受賞記念特別賞及び論文賞（社）日本発明協会・内閣総理大臣発明賞，九工大嘉村記念賞各授賞．IEEE，日本音響学会，日本情報処理学会各会員．