事前知識フリーな区分線形 2 次元ワープ

内田誠一　迫江博昭
九州大学大学院システム情報科学研究院
{uchida, sakoe}@is.kyushu-u.ac.jp

A Priori Knowledge Free Piecewise Linear Two-Dimensional Warping

Seiichi Uchida and Hiroaki Sakoe
Graduate School of Information Science and Electrical Engineering, Kyushu University

あらまし　区分線形 2 次元ワープは画像の弾性マッチングを目的とした 2 次元-2 次元写像 (2 次元ワープ) の一種である．一方の画像の各行に設定された節点 (ピボット) の像のみをワープの制御変数とし，ピボット以外の画素の像はピボット像間の線形補間により定める．すなわち画像の各行は折れ線としてもう一方の画像に重ね合わせられる．ワープの変形吸収能力を最大限に活かすためには，ピボットを対象の変形の基準点に配置する必要があるが，対象に関する事前知識が利用できない場合もある．本論文では，このような場合にも十分な変形吸収を行うために，ピボット位置とその像の同時最適化に基づく，事前知識フリーな区分線形 2 次元ワープを提案する．また実験を通してその有効性を確認する．

1　まえがき

2 次元弾性マッチング [1, 2, 3, 4] は 2 次元-2 次元非線形写像 (以下，2 次元ワープ) を介して 2 画像の最大一致を図る方法であり，画像パターンの変形に対して頑強なマッチングを目的としている．その一種である区分線形 2 次元ワープ [5] では，画像の各行はその上の幾つかの節点 (ピボット) で折り曲げられ，かつ伸縮されてもう一方の画像に重ね合わせられる．すなわち各行のワープによる像はピボットの像を結んだ折れ線となる．2 画像の最大一致を目的としたワープの最適化はこのピボットの像を制御変数として行われ， 動的計画 (DP) アルゴリズムによる効率的な解探索がなされる． 区分線形化により制御変数数は少なくて済むので，すべての画素の像を制御変数とするワープ [6, 7, 8] と比べて解探索に要する計算量は大幅に少なくて済む．

区分線形 2 次元ワープにおいて，ピボットは画像パターンの折り曲げ点となる．よって，ワープの変形吸収能力を最大限に活かすためには，対象とする画像パターンの変形特性を把握して，ピボットを屈曲点などの変形の基準点に配置する必要がある．例えば関節物体を対象とするならば，関節角度の変化に対応するために，ピボットを関節位置に配置する必要がある．文献 [5] では，対象の変形特性に関する事前知識に応じて，ピボットが適切な位置に予め配置されていることを仮定していた．しかし，テレビ画像など画像中のパターンが事前に特定できない場合や，パターンはある程度限定されていても，変形が複雑なために適切なピボット位置が自明でない場合もある． これらの場合，事前設定を仮定した従来方式では，大まかに (例えば等間隔に) ピボットを配置しておくしかなく，結果として十分な変形吸収は為されないと考えられる．

本論文では， 以上のような対象に関する事前知識が利用できない場合に対応した区分線形 2 次元ワープを提案する．具体的にはピボットの位置と像を共にワープの制御変数とし，それらを同時に最適化する．その結果，対象パターンが事前に不明の場合でも，ピボットは自動的に変形基準点に配置され十分な変形吸収が為される．また，変形特性が複雑な対象については，本手法で得られたピボットの位置をその対象の変形特性に関する新たな知識とすることも可能である．

本論文は以下のように構成される．**2**では区分線形 2 次元ワープの概要と，ピボット位置のワープ精度に及ぼす影響について述べる．**3**ではピボット位置とその像の同時最適化に基づく事前知識フリーな区分線形 2 次元ワープを提案し，その具体的な DP アルゴリズムを与える．**4**では本手法の有効性を確認するための実験とその結果について述べる．

2　区分線形 2 次元ワープとピボット

2.1　区分線形 2 次元ワープ [5]

2 画像 $\boldsymbol{A} = \{a(i,j) \mid i,j = 1,2,\ldots,N\}$ と $\boldsymbol{B} = \{b(x,y) \mid x,y = 1,2,\ldots,N\}$ との間のワープ $x = x(i,j)$，$y = y(i,j)$ の最適化問題を考える．$\boldsymbol{A}$ 上のすべての画素のワープによる像を制御変数として，2 次元的な単調性や連続性の制約の下で最適化する (図 1(a)) という方法 [6, 7, 8] は，DP を用いて解探索の冗

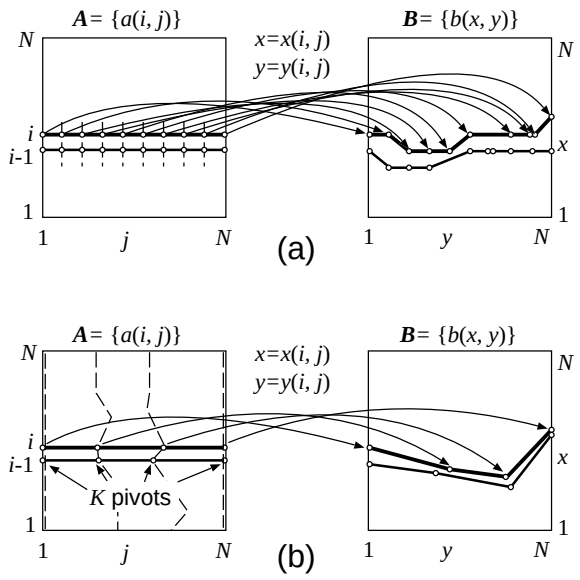

図 1: (a) すべての画素の像を制御変数とする 2 次元ワープ [6, 7, 8] と (b) 区分線形 2 次元ワープ [5]

長性を排除したとしても，画像サイズ N に関して指数オーダーの計算量を要し，実行困難である．

これに対し区分線形 2 次元ワープ [5] は，画像 $\boldsymbol{A}$ の各行にその両端点を含めて K 個の節点 (ピボット) を設定し，それらの像を制御変数として最適化を行なう方法である．ピボット以外の画素の像はピボットの像の線形補間により定める．図 1(b) は $K = 4$ とした場合の区分線形 2 次元ワープを表している．このように画像の各行はピボットで折り曲げられ，かつ伸縮されてもう一方の画像に重ね合わせられ，その像はピボットの像を結んだ折れ線となる．

ピボットの像を制御変数，2 画像の相違度を最小化すべき目的関数とした区分線形 2 次元ワープの最適化問題は，すべての画素の像を制御変数とするワープ [6, 7, 8] と同様に DP アルゴリズムにより解ける．ただし，区分線形化により制御変数数は少なくて済むので，その計算量は大幅に少なくて済む．

2.2 ピボット位置のワープ精度への影響

区分線形 2 次元ワープの変形吸収能力は，上述の区分線形化のために全ての画素の像を制御変数とするワープに比べ低い．しかし，対象パターンの変形特性を考慮し，変形の基準点にピボットを配置しておけば，少ないピボット数でも実用上十分な変形吸収がなされる．これを逆に言えば，対象とは無関係にピボットを配置すればワープの変形吸収能力は最大限に発揮されない

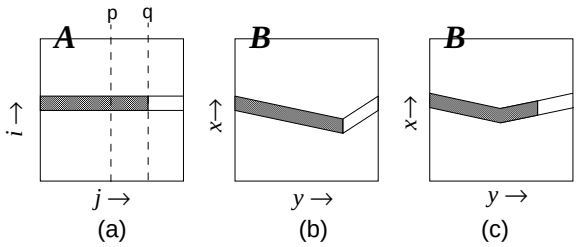

図 2: ピボット位置のワープ精度への影響 1

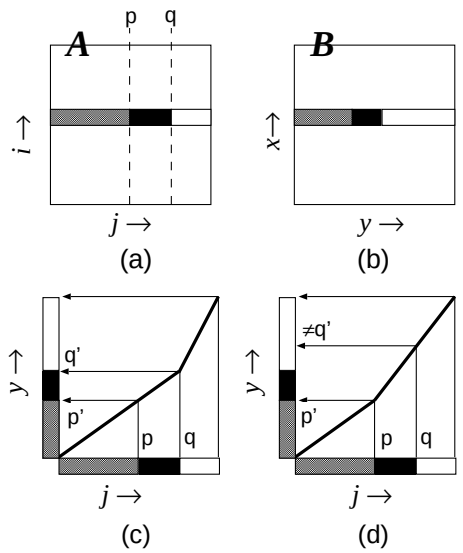

図 3: ピボット位置のワープ精度への影響 2

ことになる．

図 2はピボットの配置が 2 次元的な変形 (この場合，屈曲) の吸収能力に影響することを表す例である．今，同図 (a),(b) の $\boldsymbol{A}, \boldsymbol{B}$ 間にワープを求めることを考える．もし画像 $\boldsymbol{A}$ において $j = q$ の位置にピボットがあるとすれば，ピボット位置が行の折り曲げ位置となることからわかるように，$\boldsymbol{A}, \boldsymbol{B}$ の完全な整合が可能である．しかし，$j = p$ の位置にピボットがある場合， 吸収可能な変形は同図 (c) のようなものであり, 同図 (b) については $j = q$ の場合ような一致は得られない．

類似のことは 1 次元方向の変形においても生じる．図 3はその例である．同図 (b) の $\boldsymbol{B}$ は同図 (a)$\boldsymbol{A}$ の各行に同図 (c) に示す写像を施すことで生成したもので，$\boldsymbol{A}$ 上の位置 $j = p, q$ はそれぞれ $\boldsymbol{B}$ の $y = p', q'$ に対応するものとする．ここでピボットが $j = p$ の位置にあるとすると，$\boldsymbol{A}, \boldsymbol{B}$ の関係が区分線形写像で記述できるにもかかわらず両者の完全な一致は得られない．具体的には同図 (d) に示すように，そのピボット p を正しい位置 p' に対応させるようなワープでは，q を q' に対応させることができない．この場合，ピボットは伸

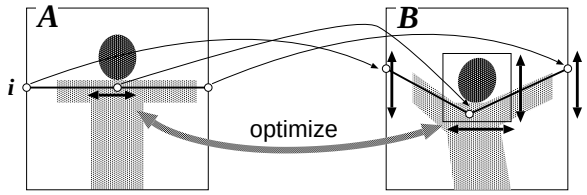

図 4: ピボットの位置と像の同時最適化に基づく事前知識フリーな区分線形 2 次元ワープ

縮の基準点 q に一致させる必要がある．

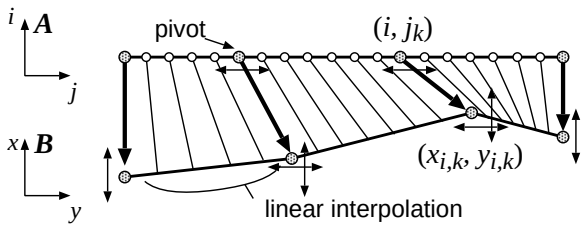

図 5: 第 i 行のワープ

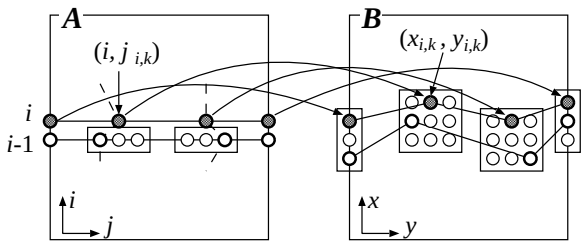

図 6: 第 i 行と第 $i-1$ 行のワープに関する単調連続性条件

3 事前知識フリーな区分線形 2 次元ワープ

3.1 ピボットの位置と像の同時最適化

2.2で述べたように，ワープの変形吸収能力を最大限に発揮するためには，対象の変形特性に応じて適切にピボットを設定することが重要である．しかし，応用によっては対象に関する事前知識が利用できないことがある．その第一の例は，テレビ画像のようにいかなるパターンが画像中に存在するかが事前に特定できない場合である．第二は，対象の変形が複雑なため適切なピボット位置が自明でない場合である．

本論文では，このような事前知識が利用できない場合にも対処できるように改良した区分線形 2 次元ワープ法を提案する．本手法では，ピボットの像に加え，その原像すなわちピボット位置もワープの制御変数とし，それらを同時に最適化することで事前知識フリー化を実現している．すなわち，図 4に示すように，各行 i においてピボットを第 i 行上で動かしながら同時にその第 i 行の $\boldsymbol{B}$ 上での像も動かしてワープを決定する．これは $\boldsymbol{B}$ 上のパターンに生じた変形を追従するのに最も適切なピボット位置を $\boldsymbol{A}$ 上で探索していることに相当する．その結果，知識を事前に与えなくてもパターンの変形基準点が自動的に同定され，限られたピボット数の下でのワープの持つ変形吸収能力が最大限に活かされる．

以下ではまずこの問題を定式化し，次にその問題の厳密解を探索する DP アルゴリズムについて述べる．

3.2 問題の定式化

3.2.1 ワープ関数

第 i 行の第 k ピボットの j 座標を $j_{i,k}$ と表す．またピボット $(i, j_{i,k})$ のワープによる像，すなわち $(x(i, j_{i,k}), y(i, j_{i,k}))$ を $(x_{i,k}, y_{i,k})$ と表す．ピボット以外の画素 (i, j), $j \in [j_{i,k-1}, j_{i,k}]$ の像は，ピボットの像 $(x_{i,k-1}, y_{i,k-1})$, $(x_{i,k}, y_{i,k})$ の線形補間

$$\left.\begin{array}{rcl} x(i,j) & = & j' \cdot x_{i,k} + (1-j') \cdot x_{i,k-1} \\ y(i,j) & = & j' \cdot y_{i,k} + (1-j') \cdot y_{i,k-1} \end{array}\right\} \quad (1)$$

により与える (図 5)．ここで $j' = (j - j_{i,k-1})/(j_{i,k} - j_{i,k-1})$ である．

3.2.2 制約条件

ワープの位相保存性を近似的に実現するために，ピボット位置 $(i, j_{i,k})$ ならびにその像 $(x_{i,k}, y_{i,k})$ に対し，以下の単調連続性条件を課する．

$$-1 \leq \quad j_{i,k} - j_{i-1,k} \quad \leq 1 \qquad (2)$$

$$0 \leq \quad x_{i,k} - x_{i-1,k} \quad \leq 2 \qquad (3)$$

$$-1 \leq \quad y_{i,k} - y_{i-1,k} \quad \leq 1 \qquad (4)$$

$$j_{i,k-1} < j_{i,k} \qquad (5)$$

$$y_{i,k-1} \leq y_{i,k} \qquad (6)$$

図 6は，単調連続性条件 (2)–(4) による第 i 行と第 $i-1$ 行のワープ間の制約を表している．この単調連続性条

件の下では，ピボットは画像 $\boldsymbol{A}$ 上で K 本の連続的かつ交差しない軌跡を成し，その $\boldsymbol{B}$ 上での像も再び K 本の連続的かつ交差しない軌跡を成すように制限される．

特に断りのない限り，以下の境界条件も課する．

$$j_{i,1} = y_{i,1} = 1,\ j_{i,K} = y_{i,K} = N \tag{7}$$

$$x_{1,k} = 1,\ x_{N,k} = N \tag{8}$$

条件 (7) により画像 $\boldsymbol{A}$ の各行の両端にはピボットが配され，またそれらの像は再び $\boldsymbol{B}$ の行の両端上になるよう制限される．

パターンの変形量が少ないと仮定できれば，計算量低減および過変形回避の点で，次の整合窓条件が有効である．

$$|x_{i,k} - i| \leq w, \quad |y_{i,k} - j_{i,k}| \leq w \tag{9}$$

ここで w はワープの範囲を規定する非負の定数である．ピボットの位置 $j_{i,k}$ に対しても何らかの整合窓条件を課してもよいが，本論文では扱わない．

表記の簡単のために，$\boldsymbol{A}$ の各行 i のワープを表現する $3K$ 次元ベクトル $[(j_{i,1}, x_{i,1}, y_{i,1}), \ldots, (j_{i,k}, x_{i,k}, y_{i,k}), \ldots, (j_{i,K}, x_{i,K}, y_{i,K})]$ のうちで条件 (5)–(9) を満たすものを $s(i)$ もしくは単に s と表す．またその集合を $\boldsymbol{S}(i)$ と表記する．さらにある $s(i)$ に関して条件 (2)–(4) を満たす $s(i-1) \in \boldsymbol{S}(i-1)$ の集合を $\overline{\boldsymbol{S}}(s(i))$ と表記する．

3.2.3 目的関数

画像 $\boldsymbol{A}$ の第 i 行の $s(i) \in \boldsymbol{S}(i)$ によるワープを

$$d(s(i) \mid i) = \sum_{j=j_{i,1}}^{j_{i,K}} |a(i,j) - b(x(i,j), y(i,j))|$$

により評価する．ここで，右辺の $(x(i,j), y(i,j))$ は (1) 式によるものとする．このとき，事前知識フリーな区分線形 2 次元ワープの厳密解を，制約条件 (2)–(9) の下で目的関数

$$\sum_{i=1}^{N} d(s(i) \mid i)$$

を最小化する $[s(1), \ldots, s(i), \ldots, s(N)]$ と定義する．

目的関数の最小値を $D(\boldsymbol{A}, \boldsymbol{B})$ と表す．この $D(\boldsymbol{A}, \boldsymbol{B})$ は区分線形 2 次元ワープを介した 2 画像 $\boldsymbol{A}$，$\boldsymbol{B}$ 間の距離である．すなわち，$D(\boldsymbol{A}, \boldsymbol{B})$ は画像 $\boldsymbol{A}$ と区分線形 2 次元ワープにより変形された画像 $\widetilde{\boldsymbol{B}} = \{b(x(i,j), y(i,j)) \mid i,j = 1, \ldots, N\}$ との単純重ね合わせ距離である．

3.3 動的計画法 (DP) による解法

3.3.1 DP アルゴリズム

前節で定式化した事前知識フリーな区分線形 2 次元ワープの決定問題は，i を段とし，$\boldsymbol{S}(i)$ の各要素を第 i 段に属する状態とする多段決定過程における，最適状態遷移系列探索問題となる．ここで状態 $s \in \boldsymbol{S}(i)$ に遷移可能な第 $i-1$ 段の状態の集合は $\overline{\boldsymbol{S}}(s)$ である．この問題は次の DP アルゴリズムにより解ける．

[1] 初期状態
for all $s \in \boldsymbol{S}(1)$ **do**
$g(\boldsymbol{s}|1) := d(\boldsymbol{s}|1)$

[2] DP 漸化式
for $i := 2$ **to** N **do**
for all $s \in \boldsymbol{S}(i)$ **do**
$g(\boldsymbol{s}|i) := d(\boldsymbol{s} \mid i) + \min_{\overline{\boldsymbol{s}} \in \overline{\boldsymbol{S}}(s)} g(\overline{\boldsymbol{s}} \mid i-1)$

[3] 終了
$D(\boldsymbol{A}, \boldsymbol{B}) := \min_{s \in \boldsymbol{S}(N)} g(\boldsymbol{s} \mid N)$

ここでは省略したが，厳密解に対応する最適状態遷移系列，すなわち最適なピボット配置と区分線形 2 次元ワープは，DP アルゴリズム終了後，各 DP 漸化式計算において最小値を与えた $\overline{s}$ を格納したテーブル上でのバックトラック処理により求められる．

3.3.2 計算量

一般に DP アルゴリズムの時間計算量は DP 漸化式計算回数と DP 漸化式一回あたりの計算量の積で表される．**3.3.1**の DP アルゴリズムでは，前者は段数 N と 1 段あたりの状態数 $|\boldsymbol{S}(i)| = O(N^{K-2}W^{2K-2})$ の積となる．ここで $W = 2w + 1$ とする．一方，後者は最小値選択回数 $|\overline{\boldsymbol{S}}(s)| = O(3^{3K-3})$ と局所距離 $d(\boldsymbol{s}|\ i)$ の計算量 $O(N)$ の和となる．以上より本手法の DP アルゴリズムの時間計算量は $O((NW^2)^{K-1}(3^{3K} + N)))$ となる．よって，ピボット位置固定の区分線形 2 次元ワープ [5] と同様，K に関して指数的，N に関して多項式的に増加するので，K が十分小さいならば現実的な時間で解が求まり，逆に大きな K に関してはビームサーチなどの効率化手段を導入し，近似解を求めることになる．

以上では説明の簡単のために行 i を段として進行する DP アルゴリズムを用いた．一方，文献 [8] を参考にすれば，若干複雑はであるが，行とピボットの組 (i,k) を段とする DP アルゴリズムも構成できる．この方が

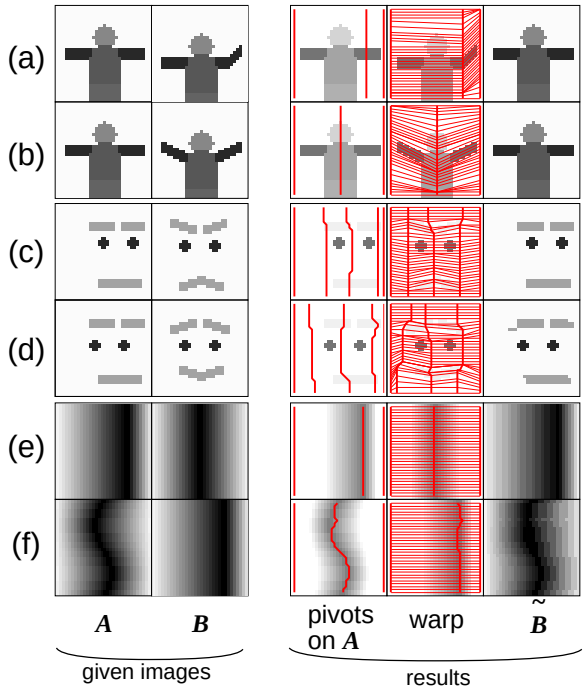

図 7: 事前知識フリーな区分線形 2 次元ワープの結果例 (画像サイズは全て 32×32)

計算量は少なくて済むが，ピボット数 K に関しては依然として指数オーダーになる．

4 実験および考察

4.1 実験 1

ある画像とそれを人為的に変形した画像の組を用いて，本手法が正しくその変形の基準点にピボットを配置できるかを確認する実験を行った．結果を図 7に示す．なお全て 32×32 の画像を用いた．

図の (a)–(d) はいずれも図 2のタイプの変形に関するもので，ピボットとパターンの屈曲位置の一致の確認を目的としている．同図 (a),(b) の画像 $\boldsymbol{A}, \boldsymbol{B}$ 間には，変形として各行高々1 箇所における屈曲と全体の上下動が含まれている．これらに本手法 (K=3) を適用した結果を見ると，パターンの屈曲位置に適切に $\boldsymbol{A}$ 上にピボット (k=2) が配置され，結果としてほぼ完全な整合がなされている (すなわち $\boldsymbol{A} \sim \tilde{\boldsymbol{B}}$) ことがわかる．(c),(d) では，変形として各行高々1 箇所における屈曲に加えて部分的および全体的な左右の動きが含まれている．ピボット数 K は 5 とし，計算量低減のために **3.3.1**で述べた DP アルゴリズムにビームサーチを導入した近似アルゴリズムを用いた．(a),(b) と同様に，3 番目のピボットが屈曲位置に配置されていることがわかる．なお，2,4 番目のピボットは左右の動きを補正する時に生じる補間歪みを最小化する位置に配置されている．

図 7(e)–(f) は図 3のタイプの変形に関するもので，パターンの 1 次元的な伸縮の基準点にピボットが配置されることの確認を目的としている．画像 $\boldsymbol{A}, \boldsymbol{B}$ は，いずれも各行において，その両端を白 (濃淡値 255)，中央部の 1 点を黒 (濃淡値 0)，それら以外の画素の濃淡値をそれらの線形補間により与えることで生成したものである． この場合，理論的には伸縮基準点すなわち $\boldsymbol{A}$ の黒画素位置 (濃淡値 0 の位置) にピボットを設定し，その像を同じく $\boldsymbol{B}$ の黒画素位置とすることで $\boldsymbol{A}, \boldsymbol{B}$ の最大一致が得られる．実験の結果はそれと合致しており，本手法により正しく伸縮基準点にピボットが配置され，両者の最大一致が為されていることがわかる．

4.2 実験 2

前節の実験結果でも示されたように，本手法は屈曲点などの変形基準点にピボットを配置する能力を持つ．これを逆に見ると，変形特性が自明でないパターンについても，本手法により得られたピボットの位置からその変形特性に関する情報が得られることになる．そこで，手書き文字画像に対して本手法を適用し，得られたピボット位置と手書き文字の変形特性の関連性を観察するための実験を行った．

実験試料として，電総研提供の手書き文字データベース ETL6 に含まれる英大文字 26 カテゴリ，各カテゴリ 200 サンプルを用いた．すべてのサンプルに対して文字領域の大きさの線形正規化と縮小処理を行って 16×16 画像とした後，200 サンプルのうちの最初の 100 サンプルを単純平均して各カテゴリの標準文字画像 $\boldsymbol{A}$ を作成した．残りの 100 サンプルは $\boldsymbol{B}$ として用いた．同一カテゴリの $\boldsymbol{A}$ と $\boldsymbol{B}$ の間に $K = 3$ としてワープを求め，100 回分の結果におけるピボットの配置の分布を，暗いほど頻度が高いことを表す濃淡画像として表現した．なお窓幅の影響を見るため w として $1, 2, 3, 5$ の 4 通りを試みた．

結果を図 8に示す．すべてではないが「C」「F」「H」「L」など，ピボットの分布のピークが軌跡として明確に現れているカテゴリもあり，本手法がパターン固有の変形特性の抽出法となり得る可能性を示唆している．「C」について見ると，ピボットの軌跡が上に行くほど右に寄っており，最上部ではストロークの開始位置付近にピボットが高い頻度で配置されていることがわかる．これは，図 3の場合のように，ストローク開始位置

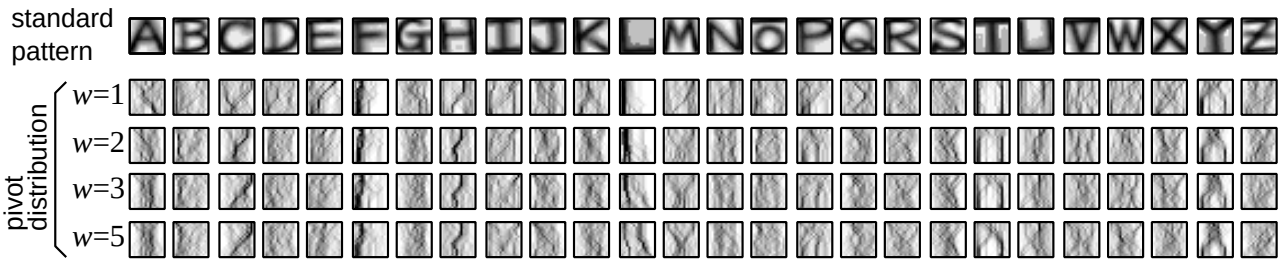

図 8: 各カテゴリの標準文字画像とピボットの分布

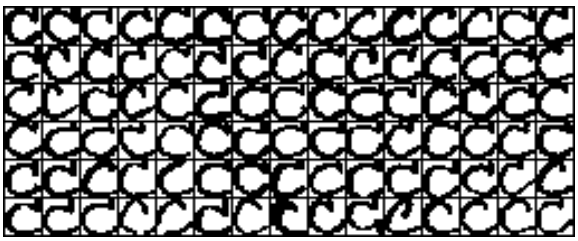

図 9: カテゴリ「 C 」の画像パターン

の水平方向 (y 方向) の変化に伴って生じる伸縮変動を吸収するためであると予想される．実際，$\boldsymbol{B}$ として用いたカテゴリ「 C 」の画像 (図 9) を見ると，ストローク開始位置の変動が多く見られ，この予想の妥当性がわかる．なお以上の結果において窓幅の大きな影響は見られなかった．

5 むすび

弾性マッチングの一種である区分線形 2 次元ワープでは，一方の画像の各行を幾つかの節点 (ピボット) で折り曲げ，伸縮した後にもう一方の画像に重ね合わせることで画像パターンの変形を吸収する． ピボットはパターンの折り曲げ点であるから，パターンの屈曲点や伸縮点に一致させる必要があるが，パターンに関する事前知識が不足し，そのような変形基準点が自明でない場合もある．本論文では，このような場合でもワープの変形吸収能力を最大限に活かせる，事前知識フリーな区分線形 2 次元ワープ法を提案した．従来の区分線形 2 次元ワープではピボットの像だけがワープの制御変数であったのに対し，本手法ではその原像，すなわちピボットの位置もワープの制御変数とし，それらを同時に最適化する．この仕組みにより，適切なピボット位置が求まると共に，2 画像の最大一致が得られる．

人為的に変形させた画像を用いた実験により，本手法によりピボットが変形基準点に正しく配置されることを確認した．またこの逆に，変形特性が自明でない手書き文字画像に本手法を適用し，得られたピボット位置から手書き文字固有の変形特性を見い出す実験を行った．その結果，幾つかの文字種についてはピボットが高い頻度で同一位置に配置されるという現象が見られ，これから変形基準点の同定法としての本手法の有効性が示唆された．

謝辞　本研究の一部は文部省科学研究費 (基盤研究 C(2), No.10680385) によった．

参考文献

[1] A. K. Jain, Y. Zhong, and M.-P. Dubuisson-Jolly. Deformable template models: A review. *Signal Processing*, vol. 71, no. 2, pp. 109–129, 12 1998.

[2] C. A. Glasbey and K. V. Mardia. A review of image-warping methods. *Journal of Applied Statistics*, vol. 25, no. 2, pp. 155–171, 4 1998.

[3] H. Lester and S. R. Arridge. A survey of hierarchical non-linear medical image registration. *Pattern Recognition*, vol. 32, no. 1, pp. 129–149, 1 1999.

[4] A. Redert, E. Hendriks and J. Biemond. Correspondence estimation in image pairs. *IEEE SP Mag.*, vol. 16, no. 3, pp. 29–46, May 1999.

[5] 内田誠一, 迫江博昭. 区分線形型 2 次元ワープ法の検討. 信学技報, PRMU99-10, 5 1999.

[6] E. Levin and R. Pieraccini. Dynamic planar warping for optical character recognition. *Proc ICASSP*, pp. III 149–152, 1992.

[7] 内田誠一, 迫江博昭. 動的計画法に基づく単調連続 2 次元ワープ法の検討. 信学論 (D-II), vol. J81-D-II, no. 6, pp. 1251–1258, 6 1998.

[8] S. Uchida and H. Sakoe. An efficient two-dimensional warping algorithm. *IEICE Trans. Info.& Syst.*, vol. E82-D, no. 3, pp. 693–700, 3 1999.