九州大学大学院
システム情報科学研究科報告
第5巻 第1号 平成12年3月

Research Reports on Information Science and
Electrical Engineering of Kyushu University
Vol.5, No.1, March 2000

単調連続2次元ワープによる手書き文字認識に関する実験的検討

内田誠一* ・迫江博昭*

Handwritten Character Recognition Experiment Using Monotonic and Continuous Two-Dimensional Warping

Seiichi UCHIDA and Hiroaki SAKOE

(Received December 10, 1999)

Abstract: A handwritten character recognition experiment using a monotonic and continuous two-dimensional warping algorithm is reported. This warping algorithm is based on dynamic programming and searches for the optimal pixel-to-pixel mapping between given two images subject to two-dimensional monotonicity and continuity constraints. Experimental comparisons with rigid matching and local perturbation show the performance superiority of the monotonic and continuous warping in character recognition.

Keywords: Handwritten character recognition, Two-dimensional warping, Elastic image matching, Dynamic programming

1. はじめに

手書き歪みに頑強なオフライン手書き文字認識の実現を目的として，2 次元弾性マッチングの利用が検討されている．2次元弾性マッチングとは，2次元-2次元写像(2次元ワープ)を介して一方の画像パターンをもう一方の画像パターンに最も近付ける方法であり，それによりストロークの位置や形状の差異を吸収した後のパターン間の類似度もしくは相違度を得ることができる．

2次元弾性マッチングは2次元ワープの最適化問題として定式化されるため，用いる最適化法によりマッチング法としての性質が左右される．従来用いられてきた最適化法としては，摂動法(ずらし)[1),2),3)]や反復解法[4),5),6),7),8)]，および動的計画法 (dynamic programming : DP) がある．このうちDPは，i)解の最適性が保証される，ii)目的関数が微分可能でなくてもよい，iii)様々な制約条件を取り扱うことができる，iv)演算誤差の集積による不安定性がない，など，他の方法には無い特長を持つ．中野ら[9)]は，DPによる1次元-1次元弾性マッチング(1次元DPマッチング[10)])を水平および垂直方向の輝度値の周辺分布に対し独立に行なうマッチング法を提案した．田中ら[11)]および津雲[12)]は文字画像の走査線毎に1次元DPマッチングを独立に行なう手法を提案している．また，Levinら[13)]およびKuoら[14)]は水平方向の1次元DPマッチングのループの内側で垂直方向の1次元DPマッチングを行なうPlanar HMMを提案し，文字および文字列認識に応用している．これらの従来法はいずれも1 次元歪みの吸収法を単純に組合せたものであり，傾きなどの2次元的変形を吸収できないという問題がある．

本論文では，単調連続2次元ワープ[15),16)]のオフライン手書き文字認識への応用について実験的に検討を行なった結果について述べる．単調連続 2 次元ワープもDPに基づく 2 次元弾性マッチングの一種であるが，位相同型の範囲ならば 2 次元的な歪みでも吸収できるという能力を持つ．極端でない手書き歪みの多くは位相同型写像により近似表現できるので，本手法により手書き歪みの大部分を吸収できると期待される．ETL8B[17)]のひらがな46文字種を対象とした認識実験を行ない，単純重ね合わせ法との認識率の比較により，本手法の有効性を明らかにする．この認識率向上の要因には，単調連続なワープの持つ高い手書き変形吸収能力がある一方で，画素間の単調連続性制約による異カテゴリ間の過変形抑制効果もあると考えられる．後者の効果を定量的に評価するために摂動法との比較実験を行なう．

2. 単調連続 2 次元ワープ [16)]

2.1 単調連続 2 次元ワープ決定問題の定式化

2 画像 $\boldsymbol{A} = \{\boldsymbol{a}(i,j) \mid i,j = 1,2,\ldots,N\}$ および $\boldsymbol{B} = \{\boldsymbol{b}(x,y) \mid x,y = 1,2,\ldots,N\}$ を考える．ここで $\boldsymbol{a}(i,j)$, $\boldsymbol{b}(x,y)$ はそれぞれ画素 (i,j) , (x,y) の特徴ベクトルとする[†1]．画像 $\boldsymbol{A}$ から $\boldsymbol{B}$ への写像関数 $x = x(i,j)$, $y = y(i,j)$ をワープ関数と呼ぶ (**Fig.1**)．なお，ワープ関数値は整数とする．

ワープ関数には次の3つの制約条件を課する．第一の制

平成 11 年 12 月 10 日受付

* 知能システム学専攻

†1 **3.**の実験において，各画素の特徴量は輝度値を含む 5 次元ベクトルとして表現される．

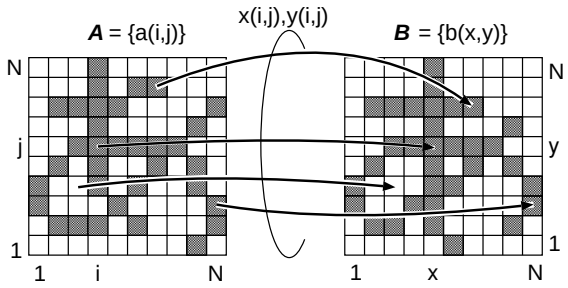

Fig.1　Two-dimensional warping (2DW).

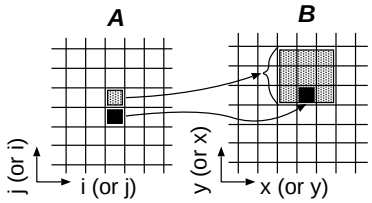

Fig.2　Monotonicity and continuity constraints.

約はワープの位相保存性のための単調連続性制約

$$0 \le x(i,j) - x(i-1,j) \le 2 \tag{1}$$
$$0 \le y(i,j) - y(i,j-1) \le 2 \tag{2}$$
$$|x(i,j) - x(i,j-1)| \le 1 \tag{3}$$
$$|y(i,j) - y(i-1,j)| \le 1 \tag{4}$$

である(**Fig.2**)．極端でない手書き歪みの多くは位相同型写像により近似表現できるため，この制約をワープに組み込むことにより，手書き歪みの大部分を吸収しながら異カテゴリの文字画像間の過変形を抑止するという効果が期待できる．**3.5**では，摂動(ずらし)法との比較により，単調連続性の過変形抑止効果を定量的に評価する．

第二は境界条件であり，$\boldsymbol{A}$の周縁上の画素を$\boldsymbol{B}$の周縁上に写像させる制約である．

$$x(1,j) = y(i,1) = 1 \tag{5}$$
$$x(N,j) = y(i,N) = N \tag{6}$$

これは文字パターンの大きさがあらかじめ文字枠に合うように正規化されていることに対応している．

第三は整合窓条件

$$|x(i,j) - i| \le w \tag{7}$$
$$|y(i,j) - j| \le w \tag{8}$$

である．これは画素とその像の座標値の差をある範囲$w(>0)$ 内に抑える制約であり，$\boldsymbol{A}$，$\boldsymbol{B}$が同じカテゴリに属する文字ならばその間の変形量は少なくて済むという仮定に対応している．

単調連続2次元ワープは，制約(1)-(8) を満たし，かつ目的関数

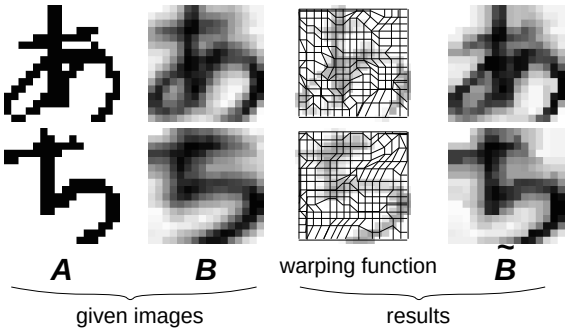

Fig.3　Examples of monotonic and continuous 2DW.

$$\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} \delta(\boldsymbol{a}(i,j),\ \boldsymbol{b}(x(i,j),y(i,j))) \tag{9}$$

を最小にするワープ関数として定義される．ここで$\delta(\cdot,\cdot)$は2つの画素特徴ベクトル間の距離を与える関数である．この目的関数の最小値を $D(\boldsymbol{A},\boldsymbol{B})$ と表す．パターンマッチングの立場から見ると，$D(\boldsymbol{A},\boldsymbol{B})$は2次元ワープによって$\boldsymbol{B}$を最適に変形した画像$\widetilde{\boldsymbol{B}} = \{\boldsymbol{b}(x(i,j),y(i,j))\}$と画像$\boldsymbol{A}$との単純重ね合わせ距離に相当する．単調連続2次元ワープの例を**Fig.3**に示す．

2.2　DP アルゴリズム

前節で定義された単調連続2次元ワープ決定問題，すなわち条件(1)-(8)付きの目的関数(9)の最小化問題は，**Fig.4**のDPアルゴリズムにより効率的に解くことができる．ここで$\boldsymbol{XY}(i,j)$は，$\boldsymbol{A}$をラスタスキャンした時の(i,j)を先頭とするN画素の列$[(i-1,j+1),\ldots,(i-1,N),(i,1),\ldots,(i,j)]$のワープによる像$\boldsymbol{xy}$を要素とする集合である．各要素$\boldsymbol{xy}$は条件(2)，(3)および(5)-(8)を満たしている必要がある．また$\overline{\boldsymbol{XY}}(\boldsymbol{xy})$は，ある$\boldsymbol{xy} \in \boldsymbol{XY}(i,j)$について(1)および(4)を満たす$\overline{\boldsymbol{xy}}$ $(\in \boldsymbol{XY}(i,j-1))$の集合である．**Fig.5**に$\boldsymbol{xy}$と$\overline{\boldsymbol{xy}}$の例を示す．**Fig.4**のStep 6はいわゆるDP漸化式計算であり，$g(i,j,\boldsymbol{xy})$は状態$(i,j,\boldsymbol{xy})$までの最小累積コストに相当する．

2.3　近似アルゴリズム

前節のDPアルゴリズムの時間および空間計算量は，集合$\boldsymbol{XY}(i,j)$の濃度が$O(N9^N)$であることから，それぞれ$O(N^3 9^N)$，$O(N9^N)$となる．よって計算量はNに関して指数的に増加し，たとえNが16程度でもそのまま実行するのは困難である． そこでビームサーチを導入し，DPによる解探索の効率化を行なう．ビームサーチとは，各i,jで累積コストgに対するしきい値処理を行い最適解を

/* *Initialization* */
1 **for all** $\boldsymbol{xy} \in \boldsymbol{XY}(1,N)$ **do**
2 $g(1,N,\boldsymbol{xy}) := \sum_{j=1}^{N} \delta(\boldsymbol{a}(1,j), \boldsymbol{b}(x(1,j),y(1,j)))$

/* *Recursion* */
3 **for** $i := 2$ **to** N **do**
4 **for** $j := 1$ **to** N **do**
5 **for all** $\boldsymbol{xy} \in \boldsymbol{XY}(i,j)$ **do**
6 $g(i,j,\boldsymbol{xy})$
$:= \delta(\boldsymbol{a}(i,j),\ \boldsymbol{b}(x(i,j),y(i,j)))$
$+ \min_{\overline{\boldsymbol{xy}} \in \overline{\boldsymbol{XY}}(\boldsymbol{xy})} \begin{cases} g(i-1,N,\overline{\boldsymbol{xy}}) & j=1 \\ g(i,j-1,\overline{\boldsymbol{xy}}) & j \neq 1 \end{cases}$

/* *Termination* */
7 $D(\boldsymbol{A},\boldsymbol{B}) := \min_{\boldsymbol{xy} \in \boldsymbol{XY}(N,N)} g(N,N,\boldsymbol{xy})$

Fig.4 DP algorithm for the monotonic and continuous 2DW.

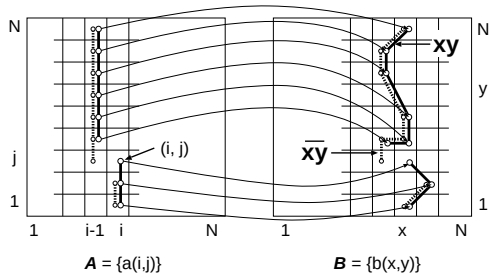

Fig.5 Mapping of N consecutive pixels on $\boldsymbol{A}$.

与える可能性の低い状態$(i,j,\boldsymbol{xy})$を枝刈りすることで，計算量の低減を実現する手法である．ビームサーチの導入により解の最適性は保証できなくなるが，実用上は近似解で十分なことが多い[18),19)]．

ビームサーチを最も効率的なものとして実装するために，動的リストとビーム内データ駆動を用いる．動的リストとは，各段(i,j)において枝刈りの結果残った状態$(i,j,\boldsymbol{xy})$だけを付随する累積コストgと共にメモリ上にリスト化して格納する方法で，これにより空間計算量を大幅に低減することができる．ビーム内データ駆動とは，$(i,j-1)$段のリストに残った状態から(i,j)段のDP漸化式を駆動する方法で，これによりオーバーヘッドを削減することができる．

本論文では，累積コスト$g(i,j,\boldsymbol{xy})$のうちR番目に小さな値を(i,j)段の枝刈しきい値とする．このとき，近似アルゴリズムの時間および空間計算量はそれぞれ$O(N^3R)$，$O(NR)$となる．

2.4 ペナルティ

目的関数(9)を直接最小化すると，ビームサーチによる近似誤差や単調連続性制約の局所性に起因して，極端な変形や折り返しのある不自然なワープが生じることがある．これを避けるためにペナルティ[15)]を用いる．具体的には，ワープによる変形量を評価する関数P_1と，折り返しの発生に対し正の値を返すペナルティ関数P_2を考え，それらを適当な重みで目的関数(9)に加えたものをまとめて最小化する(付録A参照)ことで不自然なワープを回避する．

3. 手書きひらがなの認識実験

本節では，単純重ね合わせ，単調連続2次元ワープ，および摂動法を用いた手書きひらがなの認識実験について述べ，それらの結果の比較により単調連続2次元ワープの手書き文字認識における有効性を示す．

3.1 実験試料

実験試料として手書き文字データベースETL8B[17)]に含まれるひらがな46カテゴリ，各文字160サンプルを用い，以下の手順で前処理を行なった（**Fig.6**）．まず文字の大きさを正規化した後，線素方向特徴[20)]を抽出した．線素方向特徴とは，ストロークの輪郭線の方向成分を「┕」「\」「|」「/」の4方向面に分解したものである．これと輝度値を併せ，画素特徴$\boldsymbol{a}(i,j)$および$\boldsymbol{b}(x,y)$を5次元ベクトルとした．このように画素特徴を高次元化することで，画素対応の曖昧性が減少し，ワープ精度の向上が期待される．線素方向特徴の抽出後，縮小処理により画像サイズを$N=16$とした．前処理終了後の文字サンプルの例を**Fig.7**に示す．

こうして得られた文字サンプルうち，偶数番80セットを入力パターン（$\boldsymbol{A}$，全3680サンプル）とした．残る奇数番の80セットについてはそれらを単純平均して各カテゴリにつき1つの標準パターン（$\boldsymbol{B}$）を作成した．

3.2 画素特徴ベクトル間距離

実験では次式の画素特徴ベクトル間距離δを用いた．

$$\delta(\boldsymbol{a}(i,j),\ \boldsymbol{b}(x,y)) = |a_I(i,j) - b_I(x,y)| + \eta \sum_{k=1}^{4} |a_D^k(i,j) - b_D^k(x,y)| \quad (10)$$

ここで$a_I(i,j)$，$b_I(x,y)$はそれぞれ$\boldsymbol{a}(i,j)$と$\boldsymbol{b}(x,y)$の輝度値成分であり，$a_D^k(i,j)$，$b_D^k(x,y)$ $(k=1,2,3,4)$はそれらの線素方向特徴量成分である．$\eta(\geq 0)$は線素方向特徴の重みを表す．

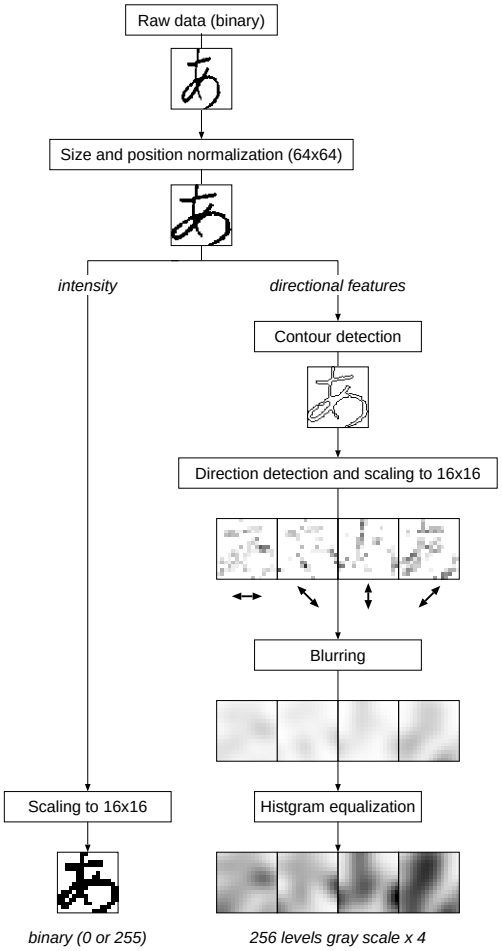

Fig.6　Preprocessing procedure.

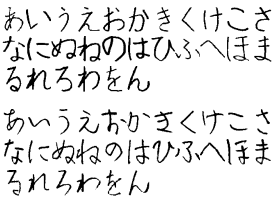

Fig.7　Handwritten Hiragana character set examples from ETL8B. (46 characters × 2.)

3.3　単純重ね合わせを用いた認識実験

重み η を変えながら単純重ね合わせを用いた認識実験を行なった．距離$\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}\delta(\boldsymbol{a}(i,j),\ \boldsymbol{b}(i,j))$に基づく最短距離法により識別を行なった結果，$\eta=0.5$の時に最高認識率93.9%を得た．以下の実験ではこの η の値を用いた．

3.4　単調連続 2 次元ワープを用いた認識実験

次に単調連続2次元ワープを用いた認識実験を行なった．計算時間を考慮して，実験には**2.3**の近似アルゴリズム（$R=1000$）を用いた．このとき一対の文字サンプル間にワープを求めるための計算時間はおよそ3秒であった（Sun Ultra 2 ; SPECint_95: 12.3, SPECfp_95: 20.2）．前節の結果より線素方向特徴の重み η は0.5とした．ペナルティP_1とP_2の重みは予備実験により決定した．識別は，目的関数値（ペナルティ分を含む）をそのままパターン間距離とした時の最短距離法によった．

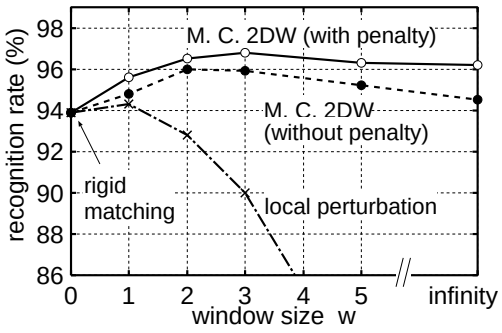

Fig.8　Recognition rates of monotonic and continuous 2DW (abbreviated as M.C.2DW), rigid matching, and local perturbation.

ペナルティを用いた場合と用いない場合の両方について得られた認識率を，整合窓幅wの関数として**Fig.8**に示す．最高認識率は窓幅$w=3$でペナルティを用いた場合の96.8%であり，単純重ね合せと比べて2.9%高い値となっている．この最高認識率を与えた場合について，単調連続2次元ワープと単純重ね合わせで誤認識された文字サンプルを比較すると，

1. 単純重ね合わせで誤認識，単調連続2次元ワープで認識（改善）・・・131サンプル
2. 単純重ね合わせで認識，単調連続2次元ワープで誤認識（改悪）・・・27サンプル
3. 単純重ね合わせ，単調連続2次元ワープ，共に誤認識（不変）・・・92サンプル

であった．この改善および改悪の例をそれぞれ**Fig.9**および**Fig.10**に示す． いずれの図においても濃淡値成分のみを示した．$\boldsymbol{A}$は入力パターン，$\boldsymbol{B}_1$，$\boldsymbol{B}_2$はそれぞれ単純重ね合わせおよび単調連続2次元ワープで識別されたカテゴリの標準パターンである．**Fig.9**では$\boldsymbol{B}_2$，**Fig.10**では$\boldsymbol{B}_1$が正解カテゴリの標準パターンである．**Fig.9**より，単純重ね合わせで誤認識の原因となっているストロークの位置ずれなどを，標準パターン($\boldsymbol{B}_2$)をワープにより変形することでうまく吸収できていることがわかる($\widetilde{\boldsymbol{B}}_2$)．一方，**Fig.10**を見ると，正解カテゴリの標準パターン($\boldsymbol{B}_1$)が適切に変形($\widetilde{\boldsymbol{B}}_1$)していても，異カテゴリの標準パターン($\boldsymbol{B}_2$)が過度に変形($\widetilde{\boldsymbol{B}}_2$)し，入力パターン($\boldsymbol{A}$)に近付き過ぎることで誤認識となる場合があることがわかる．実際，単調連続2次元ワープで誤認識された119サンプルを誤認識の原因により分類したところ，前処理失敗が22サンプル，正解カテゴリの標準パターンの不十分もしくは不自然なワープが41サンプル，この過変形が56サンプルで

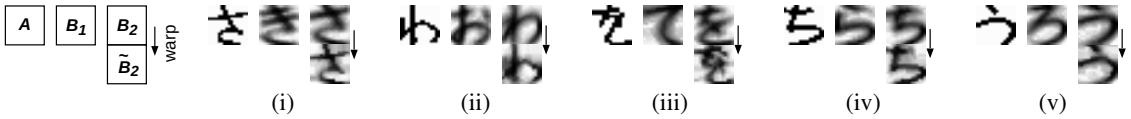

Fig.9 Five examples of sample $\boldsymbol{A}$ correctly classified by the present 2DW to the category with reference pattern $\boldsymbol{B}_2$ warped as $\widetilde{\boldsymbol{B}}_2$. Each sample is incorrectly classified by rigid template matching to the category with reference pattern $\boldsymbol{B}_1$.

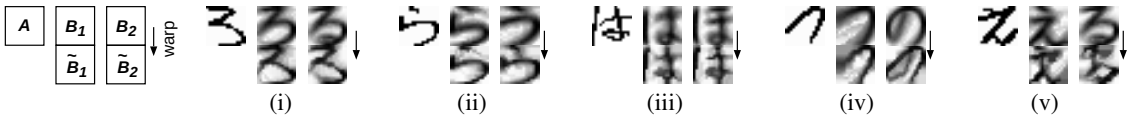

Fig.10 Five examples of sample $\boldsymbol{A}$ incorrectly classified by the present 2DW to the category with reference pattern $\boldsymbol{B}_2$ warped as $\widetilde{\boldsymbol{B}}_2$. By rigid template matching, however, each sample is classified to its correct category with reference pattern $\boldsymbol{B}_1$. In order to clarify the reason of the mis-classification, warped image of $\boldsymbol{B}_1$, i.e., $\widetilde{\boldsymbol{B}}_1$ is also presented.

あった．次節の摂動法との比較により明らかにされるように本手法では単調連続性制約によりある程度過変形が回避されているが，以上の考察から一層の過変形回避が今後の課題であると言える．

以上は目的関数値をそのまま識別関数値とした場合の結果であったが，ワープを求めた時の目的関数値をそのまま用いずに，線素方向特徴の重み η とペナルティの重みを再設定してたものを識別関数値とすることもできる．この場合，認識率は97.0%に改善された．

3.5 摂動法を用いた認識実験

単調連続性制約の有効性を確認するための比較対象として，各画素独立な摂動法（ずらし）[2]による認識実験を行なった．最大ずらし幅をwとすれば，各画素独立な摂動法によるパターン間距離は

$$\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}\min_{\substack{|i-x(i,j)|\le w\\ |j-y(i,j)|\le w}}\delta(\boldsymbol{a}(i,j),\ \boldsymbol{b}(x(i,j),y(i,j)))$$

と表される．単調連続2次元ワープと異なり，上式は各(i,j)独立の最小化問題であり非常に少ない計算量で解ける．η は前節と同じく 0.5とした．なお，摂動法では原理的にペナルティP_1，P_2を用いることはできない．

認識率を**Fig.8**に示す．最大ずらし幅$w=1$の時は単純重ね合わせ（$w=0$）よりも高い認識率94.3%を得ているが，wの増加に対する認識率の低下は激しく，$w=2$の時にはすでに単純重ね合わせよりも低い認識率となっている．これらはずらし幅wが大きくなったことによる歪み吸収能力の向上よりも，過変形による性能劣化の方が大きいためと考えられる．

単調連続2次元ワープ(ペナルティなし)と摂動法の認識率を同じwで比較すると，すべてのwについて単調連続2次元ワープの方が認識率が高く，単調連続性制約の文字の歪み吸収に対する有効性が示されている．またwの増加に対する認識率の変化により，単調連続性制約の過変形抑止効果も確認される．

4. ま と め

DPに基づく画像の変形法である単調連続2次元ワープを手書きひらがな認識に応用した．その結果，単純重ね合わせにおいて誤認識の原因となる位置ずれなどの変形を吸収でき，認識率を向上できることを確認した．また，各画素独立な摂動法（ずらし）による結果との比較により，手書き文字認識において単調連続性を変形の制約条件として用いることの有効性を確認した．さらに，本手法の誤認識の主たる原因として，異カテゴリの標準パターンの過変形があることを把握した．

単調連続2次元ワープの文字認識への応用に関しては，未だ検討の余地が多く残されている．本論文では各文字種および画像全体で同じ制約条件を用いたが，これは異カテゴリパターンの過変形の問題と関連していると考えられる．これに対し各文字種の局所的な変形特性を把握しそれを反映した制約条件の組込みが有効と思われるが，そこでは局所的に定義された制約条件を容易に扱えるというDPの特長が活きてくる．異カテゴリパターンの過変形の問題に対しては，特徴量の改良も有効と考えられる．他に，文字パターン固有の特性を利用した計算量低減に関しても検討が必要である．

謝 辞

本研究を行なうにあたり，電子技術総合研究所のETL8Bを利用させて頂いた．ここに深く感謝する．なお，本研究の一部は文部省科学研究費（基盤研究C(2), No.10680385）によった．

参 考 文 献

1) 目黒眞一, 梅田三千雄: 階層的パターンマッチングによる手書き文字変形の抽出，信学技報，PRL77-70, 1977.
2) 山田博三，斉藤泰一，森 俊二: 類似度法の一改良 – ずらし類似度 –，信学論（D），Vol. J64-D, No. 10, pp. 970–976, Oct. 1981.
3) 泉井良夫，原島 博，宮川 洋: 階層的な辞書の変形を用いた手書き文字認識，信学論（D），Vol. J68-D, No. 3,

pp. 361–368, March 1985.
4) 水上嘉樹，古賀和利，鳥岡豊士: 変位抽出を行う手書き文字認識システム，信学論（D-II），Vol. J80-D-II, No. 1, pp. 63–72, Jan. 1997.
5) M. Nakagawa, T. Yanagida and T. Nagasaki: An off-line character recognition method employing model-dependent pattern normalization by an elastic membrane model, Proc. Fifth Int. Conf. Document Anal.and Recog. (ICDAR99), pp. 495–498, Sep., 1999.
6) T. Wakahara: Shape matching using LAT and its application to handwritten numeral recognition, IEEE Trans. Patt. Anal. Mach. Intell., Vol. 16, No. 6, pp. 618–629, Jun. 1994.
7) T. Wakahara and K. Odaka: Adaptive normalization of handwritten characters using global/local affine transformation, IEEE Trans. Patt. Anal. Mach. Intell., Vol. 20, No. 12, pp. 1332–1341, Dec. 1998.
8) A.K. Jain and D. Zongker: Representation and recognition of handwritten digits using deformable templates, IEEE Trans. Patt. Anal. Mach. Intell., Vol. 19, No. 12, pp. 1386–1391, Dec. 1997.
9) 中野康明，中田和男，中島　晃: 周辺分布とそのスペクトルによる漢字認識の改良，信学論（D），Vol. 57-D, No. 1, pp. 15–22, Jan. 1974.
10) 迫江博昭，千葉成美: 動的計画法を利用した音声の時間正規化に基づく連続音声認識，音響誌，Vol. 27, No. 9, pp. 483–490, Sep. 1971.
11) 田中直樹，塩野　充，真田英彦，手塚慶一: 動的方向性整合法による手書き漢字認識，信学論（D），Vol. J68-D, No. 1, pp. 56–63, Jan. 1985.
12) 津雲　淳: 方向パタンマッチング法の改良と手書き漢字認識への応用，信学技報，PRL90-20, 1990.
13) E. Levin and R. Pieraccini: Dynamic planar warping for optical character recognition, Proc.of ICASSP, Vol. 3 of 5, pp.149–152, 1992.
14) S. Kuo and O.E. Agazzi: Keyword spotting in poorly printed documents using pseudo 2-D hidden Markov models, IEEE Trans. Patt. Anal. Mach. Intell., Vol. 16, No. 8, pp. 842–848, Aug. 1994.
15) 内田誠一，迫江博昭: 動的計画法に基づく単調連続 2 次元ワープ法の検討，信学論（D-II），Vol. J81-D-II, No. 6, pp. 1251–1258, June 1998.
16) S. Uchida and H. Sakoe: An efficient two-dimensional warping algorithm, IEICE Trans. Inf. & Syst., Vol. E82-D, No. 3, pp. 693–700, March 1999.
17) 森　俊二，山本和彦，山田博三，斎藤泰一: 手書教育漢字のデータベースについて，電子技術総合研究所彙報，Vol. 43, No. 11,12, pp. 60–81, 1979.
18) 迫江博昭，藤井浩美，吉田和永，亘理誠夫: フレーム同期化，ビームサーチ，ベクトル量子化の統合による DP マッチングの高速化，信学論（D），Vol. J71-D, No. 9, pp. 1650–1659, Sep. 1988.
19) H. Ney, D. Mergel, A. Noll, and A. Paeseler: Data driven search organization for continuous speech recognition, IEEE Trans. Sig. Proc., Vol. 40, No. 2, pp. 272–281, Feb. 1992.
20) Y. Mizukami: A handwritten Chinese character recognition system using hierarchical displacement extraction based on directional features, Pattern Recognition Letters, Vol. 19, No. 7, pp. 595-604, May. 1998.

付　　録

A　ペナルティ

本実験で用いたペナルティP_1，P_2は以下のように定義される．

$$
\begin{aligned}
P_1(\boldsymbol{xy},\overline{\boldsymbol{xy}}) &= |p^x_{i,j}| + |q^x_{i,j} - 1| + |p^y_{i,j} - 1| + |q^y_{i,j}| \\
P_2(\boldsymbol{xy},\overline{\boldsymbol{xy}}) &= \kappa(q^x_{i,j-1}p^y_{i-1,j} - q^y_{i,j-1}p^x_{i-1,j}) \\
&\quad + \kappa(q^x_{i,j-1}p^y_{i,j} - q^y_{i,j-1}p^x_{i,j}) \\
&\quad + \kappa(q^x_{i,j}p^y_{i-1,j} - q^y_{i,j}p^x_{i-1,j}) \\
&\quad + \kappa(q^x_{i,j}p^y_{i,j} - q^y_{i,j}p^x_{i,j})
\end{aligned}
$$

ここで

$$
\begin{aligned}
p^x_{i,j} &= x(i,j) - x(i,j-1) \\
q^x_{i,j} &= x(i,j) - x(i-1,j) \\
p^y_{i,j} &= y(i,j) - y(i,j-1) \\
q^y_{i,j} &= y(i,j) - y(i-1,j)
\end{aligned}
$$

であり，$\kappa(n)$はnが正の場合は0，負の場合は$-n$を返す関数である．P_1はワープの一様性を評価するペナルティであり，P_2は**Fig.11**のような反転を抑制するためのペナルティである．

これらペナルティの導入に応じて，**Fig.4** Step6のDP漸化式は

$$
\begin{aligned}
g(i,j,\boldsymbol{xy}) &= \delta(\boldsymbol{a}(i,j),\boldsymbol{b}(x(i,j),y(i,j))) \\
&\quad + \min_{\overline{\boldsymbol{xy}}\in\overline{XY}(\boldsymbol{xy})} \{g(i,j-1,\overline{\boldsymbol{xy}}) \\
&\qquad + \alpha P_1(\boldsymbol{xy},\overline{\boldsymbol{xy}}) + \beta P_2(\boldsymbol{xy},\overline{\boldsymbol{xy}})\}
\end{aligned}
$$

となる．ここでα，βは重み係数である．**3.4**の実験では$\alpha = 20$，$\beta = 100$とした．

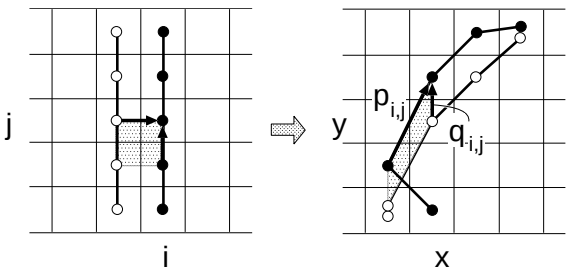

Fig.11　Folding : Illegal transformation satisfying the local monotonicity and continuity constraints of (1)-(4).