単調連続 2 次元ワープ法の検討

A Monotonous and Continuous Planar Warping for Pattern Matching

内田誠一　　迫江博昭
Seiichi UCHIDA　　Hiroaki SAKOE

九州大学大学院 システム情報科学研究科
Graduate School of Information Science and Electrical Engineering, Kyushu University

1. まえがき

2 次元ワープは，入力画像の各ピクセルからモデル画像のピクセルへの最適なマッピングと定義され，そのマッピングに対する制約条件と，マッピングアルゴリズムによって，幾つかのタイプに分類される．本稿では，Levin ら [1] で考慮されていた単調性に加え，新たに連続性を制約条件として導入した，ノンパラメトリックな 2 次元ワープを提案する．この連続性によりピクセルの近傍関係を保存するワープが実現し，2 画像間の対応点検出，文字認識，画像データベース検索，frequency warping[2][3] 等への応用が期待できる.

単調連続 2 次元ワープを求める問題には動的計画法 (DP) が適用でき，最適解を求めることができる．また枝刈法 [4] の導入により，計算量を大幅に低減できることを示す．

2. 単調連続 2 次元ワープの定義

$N_t \times N_s$の入力画像 $A = \{a(t,s)\}$ と，$M_x \times M_y$のモデル画像 $B = \{b(x,y)\}$ との間で定義される次の評価関数

$$\sum_{t=1}^{N_t} \sum_{s=1}^{N_s} \mid a(t,s) \ - \ b(x(t,s), y(t,s)) \mid \qquad (1)$$

を最小化するワープ関数 $x(t,s), y(t,s)$ $(1 \leq t \leq N_t, 1 \leq s \leq N_s)$ を，2 次元ワープと定義する (図 1)．また，その時の式 (1) の値を 2 画像間の距離 $D(A,B)$ とする．

ワープ関数に次の制約条件を与える．

- 単調性および連続性条件

$$0 \leq x(t+1,s) - x(t,s) \leq 2, \ |y(t+1,s) - y(t,s)| \leq 1 \ (2)$$
$$0 \leq y(t,s+1) - y(t,s) \leq 2, \ |x(t,s+1) - x(t,s)| \leq 1 \ (3)$$

- 境界条件

$$x(1,s) = 1, \ x(N_t,s) = M_x, \ y(t,1) = 1, \ y(t,N_s) = M_y \ (4)$$

式 (2)(3) の制約より，A 上で 4 隣接する 2 ピクセルが対応する B上の 2 ピクセルは図 2に示すような範囲に制限される．このようにワープ後も近傍関係が保たれるという点で，単調性のみを考慮した Levin ら [1] に比べ実用的であると考えられる．

3. 2 次元ワープ決定問題の解法

入力画像 A を列単位に分解し，N_s次元ベクトル$\boldsymbol{a}(t)$ の 1 次元系列 $(t = 1, \ldots, N_t)$ と見なす．$\boldsymbol{a}(t)$ の B上での像の座標系列を局所歪みパターンと呼び，$\boldsymbol{xy}(t)$ で表す．$\boldsymbol{xy}(t)$ は，N_s次元ベクトル

$$\boldsymbol{x}(t) \ = \ (x(t,1), \ldots, x(t,s), \ldots, x(t,N_s)) \qquad (5)$$
$$\boldsymbol{y}(t) \ = \ (y(t,1), \ldots, y(t,s), \ldots, y(t,N_s)) \qquad (6)$$

の直積で表現できる．

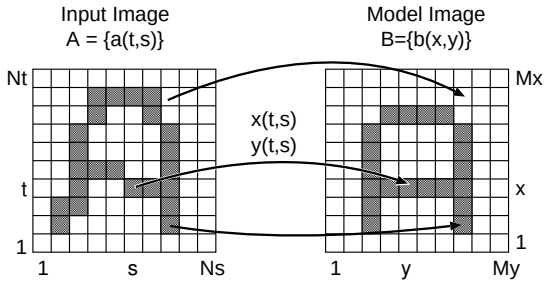

図 1: 2 次元ワープ問題

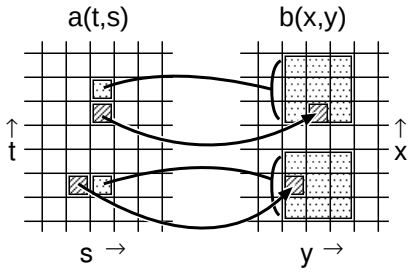

図 2: 制約条件によるワープの制限

この局所歪みパターンの概念の導入により，2 次元ワープをベクトル間対応の 1 次元系列に分解することができる．直感的な説明のために入力画像がゴム膜上に描かれていると仮定すると，そのゴム膜を直接変形してモデル画像上に重ね合わせるのではなく，ゴム膜を裁断することで複数のゴムひもとし，各ゴムひもをモデル画像上に変形して重ねることで，2 次元ワープを実現している．

局所歪みパターン$\boldsymbol{xy}(t)$ としては，式 (3) の単調性と連続性に関する制約条件，および式 (4) の境界条件を満たす範囲内で様々な形状が考えられる (図 3(a)(b))．さらに隣接する$\boldsymbol{xy}(t)$，$\boldsymbol{xy}(t-1)$ の組合せは式 (2) によって制限される．

以上の準備の結果，式 (1) の最小化問題は，最適な$\boldsymbol{xy}(t)$ の 1 次元系列を求める問題に帰着する．すなわち，

$$D(A,B) = \min_{\substack{\boldsymbol{xy}(1) \cdots \boldsymbol{xy}(N_t) \\ \boldsymbol{xy}(t-1) \in \boldsymbol{XY}'(\boldsymbol{xy}(t))}} \left[\sum_{t=1}^{N_t} d(t, \boldsymbol{xy}(t)) \right] \qquad (7)$$

ここで，$\boldsymbol{XY}'(\boldsymbol{xy}(t))$ は$\boldsymbol{xy}(t)$ に対して制約式 (2) を満たす$\boldsymbol{xy}(t-1)$ の集合である (図 3(c))．また $d(t, \boldsymbol{xy}(t))$ は，$\boldsymbol{a}(t)$ を局所歪みパターン$\boldsymbol{xy}(t)$ を用いて B上へマッピングした場合の距離であり，本稿では次式を用いる．

$$d(t, \boldsymbol{xy}(t)) = \sum_{s=1}^{N_s} |a(t,s) - b\,(x(t,s), y(t,s))| \qquad (8)$$

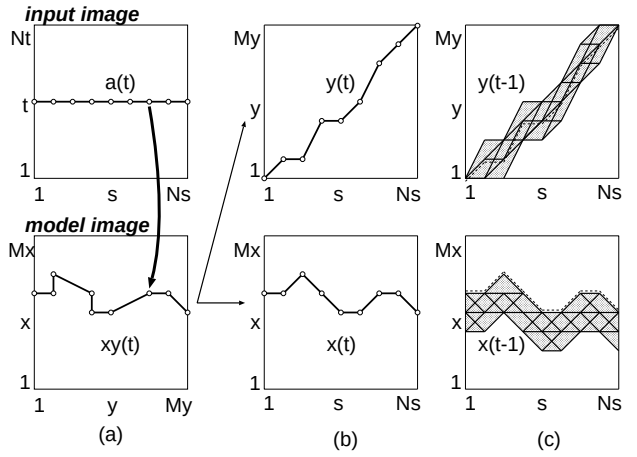

図 3: 局所歪みパターン$\boldsymbol{x}(t)$, $\boldsymbol{y}(t)$ の形状例 (a)(b)，及び $\boldsymbol{XY}'(\boldsymbol{xy}(t))$ に含まれる$\boldsymbol{x}(t-1)$,$\boldsymbol{y}(t-1)$ の存在領域 (c)

式 (7) は多段決定問題であるから，DP を用いて解くことができる． DP 漸化式は以下で与えられる．

$$g(t, \boldsymbol{xy}(t)) = d(t, \boldsymbol{xy}(t)) + \min_{\boldsymbol{xy}' \in \boldsymbol{XY}'(\boldsymbol{xy}(t))} [\ g(t-1, \boldsymbol{xy}')\ ] \tag{9}$$

4. 計算の効率化

2 次元ワープを決定するための計算量は，総当り法では $O((M_x M_y)^{N_t N_s})$ であるのに対し，1 次元化および DP の適用により$O(N_t N_s \cdot (M_x M_y)^{N_s})$ となる．これは 2 次元の組合せ問題のうち，1 次元分に関しては多項式時間問題となったことを意味する．しかし，残る 1 次元分に関しては依然として総当り的であるため，全体としては指数オーダーの計算量を要する．

この問題を解決するため計算量の低減の一手法である枝刈法を適用する．枝刈法は累積距離 $g(t, \boldsymbol{xy}(t))$ のうち基準を満たすもののみを後の処理に残すことで，DP 漸化式計算回数低減による高速化，およびメモリの低減を実現する方法である． 本稿では，枝刈基準としてしきい値を用いる方法ではなく，$g(t, \boldsymbol{xy}(t))$ の小さなものから一定数 (以下，ビーム径) を残す方法を用いる．また，音声認識の分野における DP のフレーム同期化 [4] と類似して，DP 漸化式 (9) をピクセル単位に分解して考えることで，各 t, s 毎に枝刈を行なう．

5. 実験

図 4に 2 値画像 (8×8) に対する 2 次元ワープの実行例を示す．入力画像のピクセルとモデル画像のピクセルの対応を格子状グラフの変形で表現している．ビーム径は 5000 とした．

次に 3 種類のサイズの濃淡画像に対して，ビーム径を変えながらマッチングに要する平均時間を測定した．各サイズについて，区間 $[0, 1)$ の乱数で生成した入力画像 20 種とモデル画像 1 種をそれぞれ用意した．結果を図 5に示す． グラフの各点は計算時間の平均とその標準偏差を表している． 画像サイズが 16×16 の場合，考え得るすべての局所歪みパターンの数はおよそ 3×10^{14} となり，DP 漸化式を 1μsec で計算できるような計算機を用いても，数十年が必要となる．これに対し今回行なった実験の範囲では，枝刈の導入により数十 msec から数十 sec で解を求めることができている．

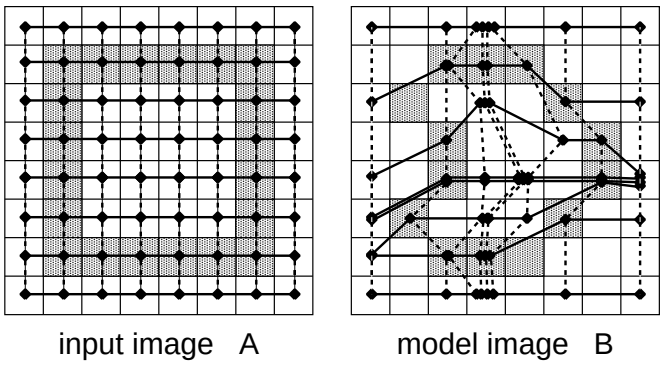

図 4: 2 次元ワープ結果例 $(D(A, B) = 0)$

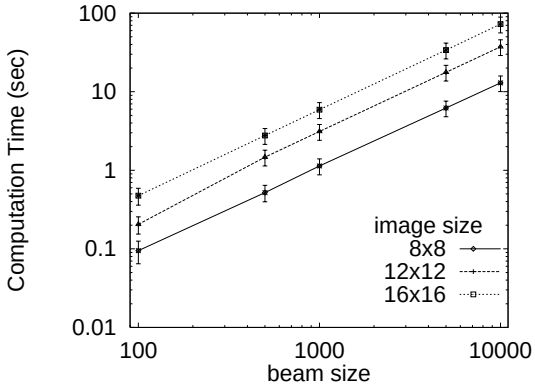

図 5: 濃淡画像に対する実行時間計測結果

6. まとめ

連続性単調性を考慮した 2 次元ワープを提案し，DP を用いてその最適解を求める方法を述べた．また，枝刈法の導入によってワープ決定に要する計算量を大幅に低減できることを示した．

今後の課題としては，

1. 変形の大きさに応じたペナルティーの付与，近傍を考慮したピクセル間距離の利用等，評価関数 (1) の拡張
2. 対象を設定し，認識率等による性能評価
3. 他の効率化法の検討
4. 確率モデルへの拡張

が挙げられる．

参考文献

[1] E.Levin and R.Pieraccini : "Dynamic planar warping for optical character recognition", *Proc.ICASSP*, pp.III 149-152, 1992.

[2] 松本, 脇田 : "Frequency Warping による話者の正規化", 音講論, 3-2-6, pp. 587–588, 6 1979.

[3] 三輪他 : "非線形スペクトルマッチングによる単語音声認識の一方式", 信学論 (D), Vol. J64-D, No. 1, pp. 46–53, 1981.

[4] 迫江他 : "フレーム同期化，ビームサーチ，ベクトル量子化の統合による DP マッチングの高速化", 信学論 (D), Vol. J71-D, No. 9, pp. 1650–1659, 1988.