単調連続 2 次元ワープ問題の高能率解法

An Efficient Algorithm for Two-Dimensional Warping

内田誠一　　迫江博昭
Seiichi UCHIDA　　Hiroaki SAKOE

九州大学大学院 システム情報科学研究科
Graduate School of Information Science and Electrical Engineering, Kyushu University

1. はじめに

筆者らが検討している単調連続 2 次元ワープ [1,2] は，動的計画法 (DP) により 2 画像間の画素単位の最適マッピングを決定する方法であり，パターンの位相を保存する非線形ワープを実現できる．一方最適解を求めるための計算量が非常に多いという問題があり，これまでに枝刈を用いた準最適解アルゴリズムなどを検討してきた [2]．本稿では，従来より計算量の少ない最適解アルゴリズムと，それに基づく準最適解アルゴリズム，および手書きひらがな認識での評価結果を報告する．

2. 単調連続 2 次元ワープ問題

2 画像$\boldsymbol{A} = \{a(i,j)\}$ $(1 \le i,j \le N)$，$\boldsymbol{B} = \{b(x,y)\}$ $(1 \le x,y \le M)$ の間の単調連続 2 次元ワープは，次の目的関数

$$\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} |a(i,j) - b(x(i,j), y(i,j))| \qquad (1)$$

を最小化するワープ関数 $x(i,j)$，$y(i,j)$ により定義される．ここでワープ関数は次の制約条件に従う．

- 単調性および連続性条件

$$0 \le x(i,j) - x(i-1,j) \le 2,\ |y(i,j) - y(i-1,j)| \le 1 \qquad (2)$$

$$0 \le y(i,j) - y(i,j-1) \le 2,\ |x(i,j) - x(i,j-1)| \le 1 \qquad (3)$$

- 境界条件

$$x(1,j) = 1,\ x(N,j) = M,\ y(i,1) = 1,\ y(i,N) = M \qquad (4)$$

3. 最適解アルゴリズム

筆者らは目的関数 (1) を DP で最小化する最適解アルゴリズムを文献 [1] で与えたが，以下ではより計算量の少ない最適解アルゴリズム [3] について述べる．

画像$\boldsymbol{A}$上で (i,j) を先頭とする長さ Nの画素列 $[(i-1,j+1),\ldots(i-1,N),(i,1),\ldots(i,j)]$ のワープ後のパターンを $\boldsymbol{xy}(i,j)$ とする．$\boldsymbol{xy}(i,j)$ は単調連続性 (3) を満たす範囲で選べ，その集合を$\boldsymbol{XY}(i,j)$ で表す．この時，$(i,j) = (2,1)$ からラスタスキャン順に (N,N) まで，すべての$\boldsymbol{xy} \in \boldsymbol{XY}(i,j)$ について次の漸化式

$$g(i,j,\boldsymbol{xy}) = d(i,j,\boldsymbol{xy}) + \min_{\overline{\boldsymbol{xy}} \in \overline{\boldsymbol{XY}}(\boldsymbol{xy})} g(i,j-1,\overline{\boldsymbol{xy}}) \qquad (5)$$

を計算すれば，(1) の最小値は最小の $g(N,N,\boldsymbol{xy}(N,N))$ として求まる．ここで$\overline{\boldsymbol{XY}}(\boldsymbol{xy})$ は，もう一方の単調連続性 (2) より導かれる次の条件式を満たす$\overline{\boldsymbol{xy}} \in \boldsymbol{XY}(i,j-1)$($j=1$ の時は$\overline{\boldsymbol{xy}} \in \boldsymbol{XY}(i-1,N)$) の集合である．

$$\begin{array}{c} 0 \le x_N - \overline{x}_1 \le 2,\ \ |y_N - \overline{y}_1| \le 1 \\ \overline{x}_k = x_{k-1},\ \overline{y}_k = y_{k-1} \quad \text{for } 2 \le k \le N \end{array} \qquad (6)$$

ここで，便宜上

$$\boldsymbol{xy} = [(x_1,y_1),\ldots,(x_k,y_k),\ldots,(x_N,y_N)] \qquad (7)$$

$$\overline{\boldsymbol{xy}} = [(\overline{x}_1,\overline{y}_1),\ldots,(\overline{x}_k,\overline{y}_k),\ldots,(\overline{x}_N,\overline{y}_N)] \qquad (8)$$

とした．この表記を用いれば，

$$d(i,j,\boldsymbol{xy}) = |a(i,j) - b(x_N,y_N)| \qquad (9)$$

であり，漸化式 (5) の初期値は$\boldsymbol{xy} \in \boldsymbol{XY}(1,N)$ として

$$g(1,N,\boldsymbol{xy}) = \sum_{k=1}^{N} |a(1,k) - b(x_k,y_k)| \qquad (10)$$

となる．漸化式 (5) と文献 [1] の漸化式では$\overline{\boldsymbol{XY}}$の大きさが異なり，それぞれ$O(1)$，$O(9^N)$ となる．この結果，全体の計算量はそれぞれ$O(N^3 9^N)$，$O(N^2 9^{2N})$ となり，依然として指数オーダーではあるが，本アルゴリズムの方が大幅に少ない計算量で最適解が求まる．

4. 準最適解アルゴリズム

計算量の更なる低減のために枝刈の適用を考える．具体的には各 (i,j) で計算された $g(i,j,\boldsymbol{xy}(i,j))$ のうち小さなものから R個だけを残す処理を行なう．この枝刈により解は準最適となるが，計算量は$O(N^3 R)$ となる．なおこの準最適解アルゴリズムは探索空間内に冗長性が無いため，従来の準最適解アルゴリズム [2] より効率が良い [3].

5. 手書きひらがな認識での評価

前節の準最適解アルゴリズムによる目的関数値を用いて手書きひらがな (46 文字種) の認識を行なった．データベースには ETL8B(160 データセット) を用いた．文字の大きさを正規化した後，画素特徴として輝度値以外に線素方向特徴 [4] を抽出し，縮小処理により $N = M = 16$ とした．次に，奇数番の 80 セットを単純平均して標準パターン ($\boldsymbol{B}$) を作成し，偶数番の 80 セットを認識対象 ($\boldsymbol{A}$) とした．輝度値と線素方向特徴の重みは，単純重ね合わせ法で最高認識率 (93.9%) を与えた時の値を用いた．Rは計算時間の制限より 1000 とした．目的関数にはワープの一様性を評価するペナルティ項 [2] も付与し，その重みは最初の 10 セットに対する予備実験により決定した．以上の条件の下，全 80 セットに対する認識率は 96.3%となった．さらに識別時に線素方向特徴とペナルティの重みを変化させることにより，最高で 96.4%の認識率を得た．比較のため，ペナルティを含めて同一条件の下，各点独立な “ずらし”[5] による認識実験を行なった．ずらしの範囲が± 1 の時に認識率 94.0%であり，± 2 の時 94.2%であった．識別時に重みを変えた場合でも，最高で± 1 の時 94.5%，± 2 の時 94.7%であった．以上の結果より，単調連続性制約が手書きひらがなの変形を吸収でき，位相を保存するワープの優位性が分かった．

参考文献　[1] 迫江, 内田. 信学技報, PRMU96-81. [2] 内田, 迫江. 信学技報, PRMU97-18. [3] 内田, 迫江. 信学技報, PRMU97-174. [4] 水上, 古賀. 信学技報, PRMU96-188. [5] 山田, 斉藤, 森. 信学論, Vol.J64-D, No.10, pp.970-976.